UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

FACOLTÀ DI SCIENZE STATISTICHE

CORSO DI LAUREA IN STATISTICA ECONOMIA E FINANZA

ALLOCAZIONE DI PORTAFOGLIO E ANALISI DELLE PERFORMANCE, UN CONFRONTO TRA SHARPE E OMEGA

Tutore

Prof. Massimiliano Caporin

Laureando

Pierobon Fabio
560095-SEF

Anno Accademico 2009/2010

INDICE

CAPITOLO 1: INTRODUZIONE

1.1 Analisi tecnica ed econometrica

Il presente lavoro ha come fine ultimo un'analisi della redditività di alcuni degli innumerevoli metodi di studio dei mercati finanziari.
In questa relazione sono stati considerati due differenti approcci di studio: l'uno di stampo econometrico e l'altro di natura empirica e osservativa.
Sulla base di modelli analitici come la teoria dei portafogli di Markowitz e il calcolo delle performance, è stata fatta un'analisi sui grafici e sull'andamento in relazione ad una finestra temporale, passando così ad effettuare rilevazioni di tipo più empirico.
Gran parte di questo lavoro risulta, dunque, essere sperimentale ed empirica, dato che utilizza le teorie sopra accennate con i titoli dell' indice italiano mib40.

1.2 Un po' di storia

Harry Markowitz (Chicago, 24 agosto 1927) è un economista statunitense, vincitore, insieme a Merton Miller e William Sharpe, del premio Nobel per l'economia nel 1990, «per i contributi pioneristici nell'ambito dell'economia finanziaria». All'università di Chicago ebbe come professore Marshak che lo introdusse poi alla "Cowles Commission", una commissione di piccole dimensioni ma che ha prodotto un elevato numero di Nobel e che ha influenzato gli studi sull'economia e sull'econometria. All'inizio degli anni cinquanta Markowitz aveva sviluppato la teoria del portafoglio che cercava il modo di ottimizzare la rendita degli investimenti. Gli economisti avevano compreso da tempo che era più saggio diversificare il portafoglio, e Markowitz mostrò come misurare il rischio dei vari strumenti finanziari e come combinarli in un portafoglio per ottenere il rendimento massimo per un determinato rischio.

1.3 Obiettivo del lavoro

L'obiettivo principale della tesi è trovare l'allocazione ottimale di due portafogli con differenti vincoli sui pesi e confrontare le loro rispettive misure di performance; per allocazione ottimale del portafoglio si intende la composizione del portafoglio ottenuta secondo l'approccio media-varianza di Markowitz; come misure di performance si prenderanno in esame il più comune indice di Sharpe e l'indicatore Omega e si fará un confronto tra i due, analizzando quale sia il miglior punto di riferimento per la valutazione di un portafoglio. Successivamente si calcoleranno le medesime allocazioni e performance secondo il nuovo problema di ottimo di massimizzazione di Sharpe e di Omega. In ultima analisi si andrà a calcolare come si comportano i due indici in funzione del tempo, calcolati sulla base di una sottofinestra temporale di cinque anni e spostata di mese in mese fino al termine del tempo del campione per i tre problemi di ottimizzazione.

CAPITOLO 2: I DATI

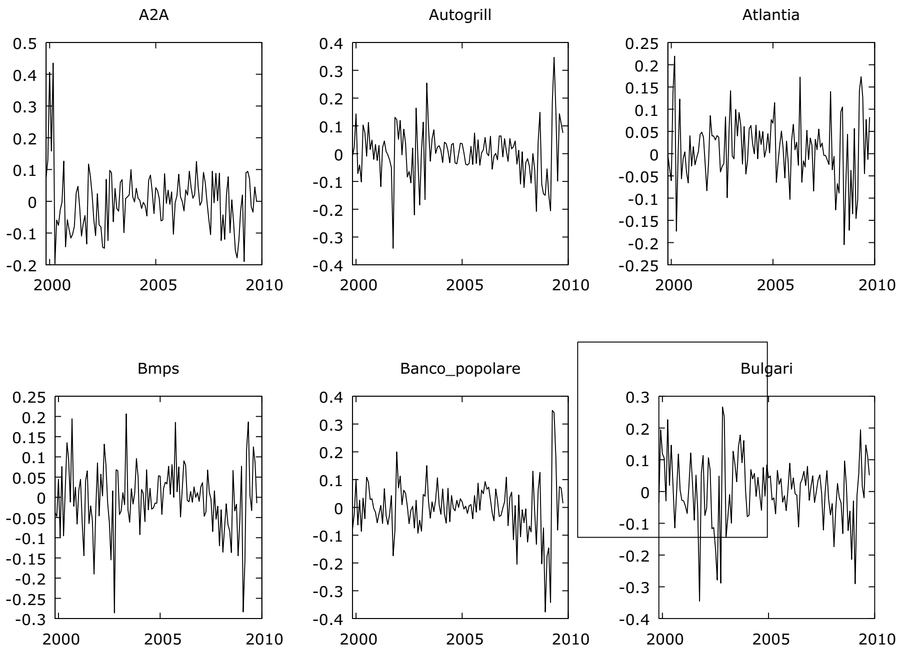
2.1 Rendimenti

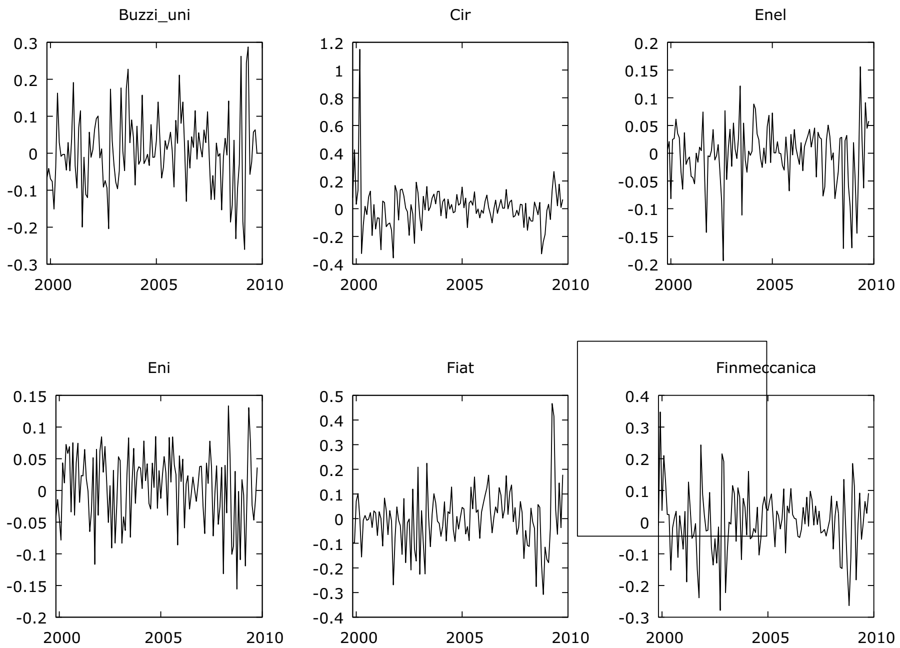
L'obiettivo che si persegue, in certe situazioni, per trarre informazioni da un'analisi empirica, è lo studio dell'evoluzione nel tempo del valore di un investimento. In questo caso è sconsigliato condurre l'analisi di una serie storica dei prezzi per due motivi principali: in primis un investitore preferisce conoscere il guadagno percentuale piuttosto che la differenza tra prezzo di vendita e di acquisto; in secondo luogo perché le serie dei prezzi delle azioni, in quanto non stazionarie, renderebbero inefficaci i metodi econometrici classici. Un sintomo importante della presenza di stazionarietà si può osservare dal correlogramma. Pertanto si è calcolato il rendimento mensile per ogni titolo rispetto al periodo campionario selezionato, (1999-2009), rappresentando quindi la variazione percentuale di prezzo del titolo in un certo intervallo. Nel caso seguente il rendimento è mensile (t=1 mese) e basato sulla capitalizzazione semplice.
Dato $p_{i,t}$ $p_{i,t-1}$ i prezzi dell'i-esimo titolo alle date t e t-1, il rendimento è definito da:

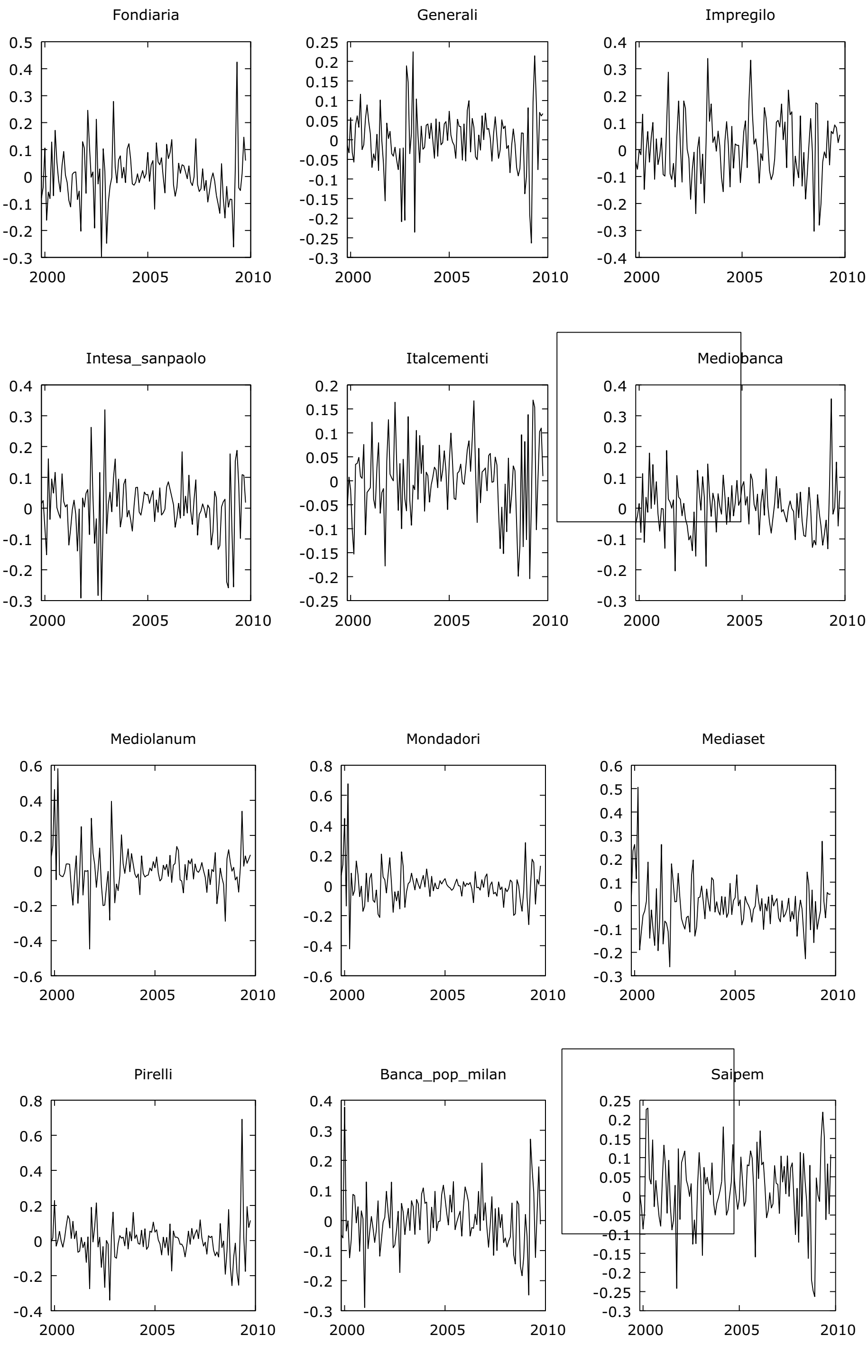
$$\mathbf{r_{i,t}=(p_{i,t}-p_{i,t-1})/p_{i,t-1}}$$

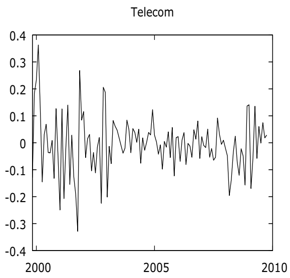
Dove la distribuzione congiunta del vettore aleatorio $(r_1\ r_2\ldots..r_n)'$ e` caratterizzata soltanto dai primi due momenti $r \sim D(\mu;\Sigma)$ μ vettore dei rendimenti medi $[\mu 1\ \mu 2\ \mu 3\ldots..\mu n]'$ e Σ matrice di covarianza.
Di seguito sono rappresentati i grafici dei rendimenti mensili per ogni titolo e i rispettivi correlogrammi:

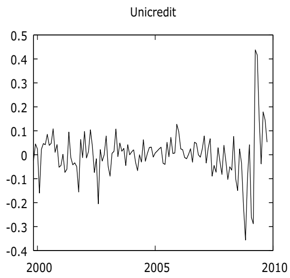
2.2 Analisi grafica dei rendimenti e rispettivi correlogrammi

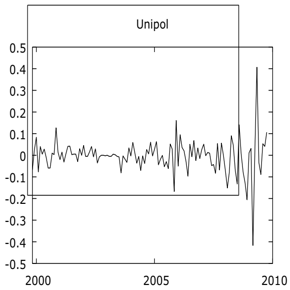




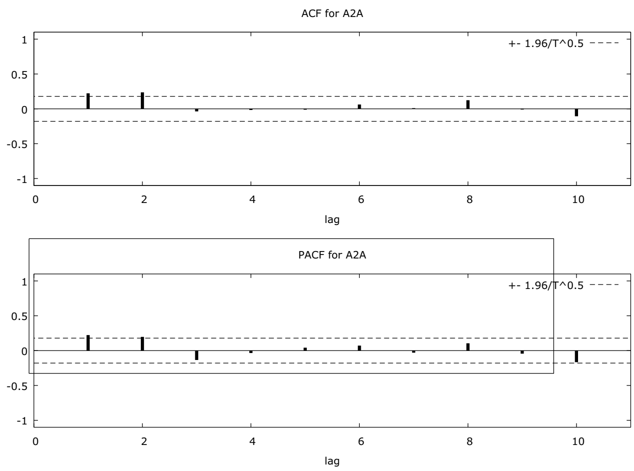

Fondiaria
Generali
Impregilo
Intesa_sanpaolo
Italcementi
Mediobanca
Mediolanum
Mondadori
Mediaset
Pirelli
Banca_pop_milan
Saipem
2000
2005
2010

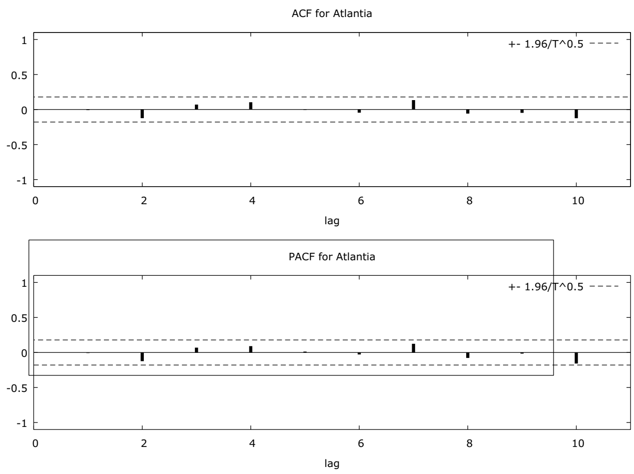


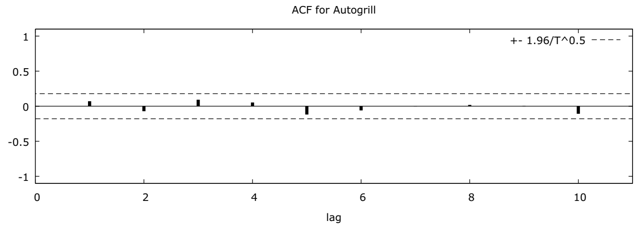


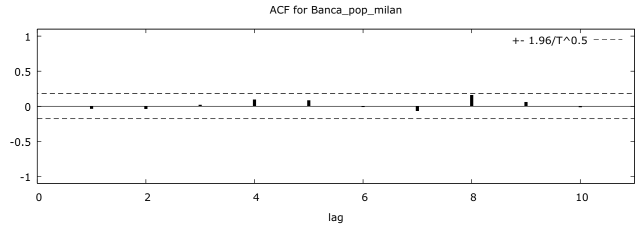


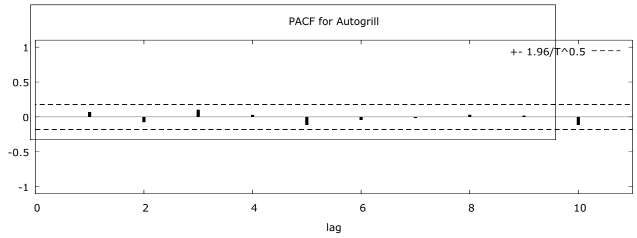
Si può osservare dai grafici che le serie sono stazionarie, ma per verificare in maniera più dettagliata, di seguito sono rappresentati i corellogrammi:

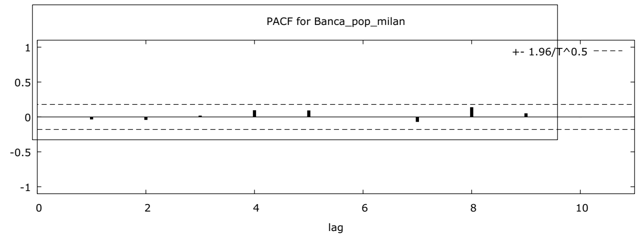


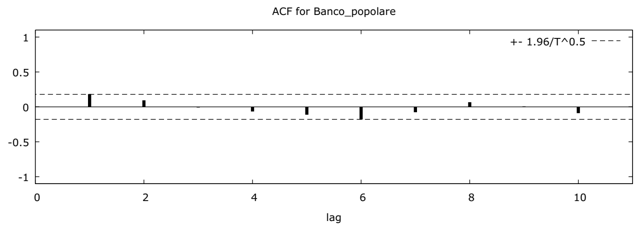


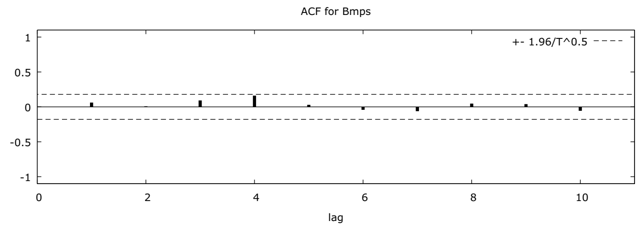

ACF for Autogrill
+- 1.96/T^0.5
lag

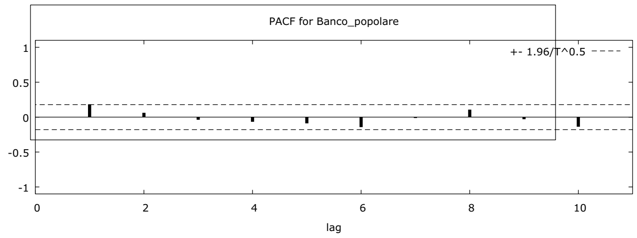

ACF for Banca_pop_milan
+- 1.96/T^0.5
lag

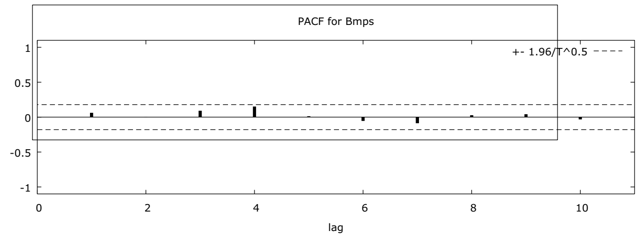

PACF for Autogrill
+- 1.96/T^0.5
lag

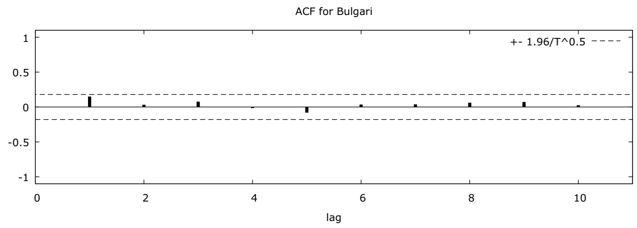

PACF for Banca_pop_milan
+- 1.96/T^0.5
lag

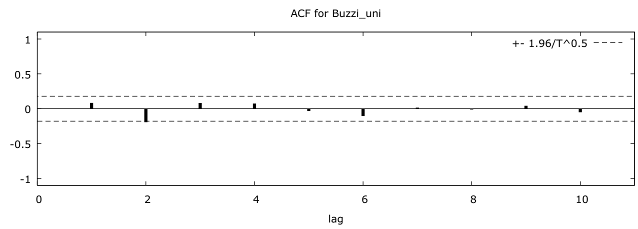

ACF for Banco_popolare
+- 1.96/T^0.5
lag

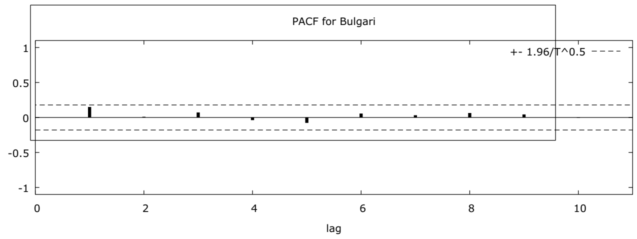

ACF for Bmps
+- 1.96/T^0.5
lag

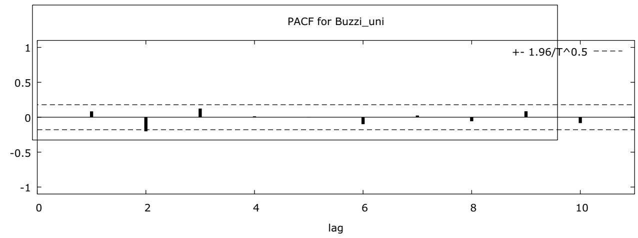

PACF for Banco_popolare
+- 1.96/T^0.5
lag

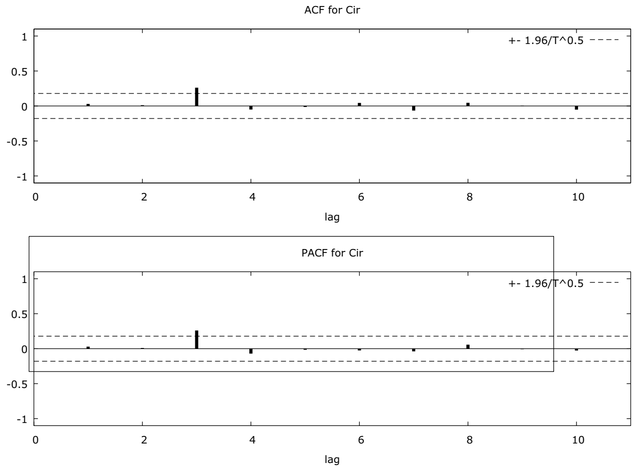

PACF for Bmps
+- 1.96/T^0.5
lag

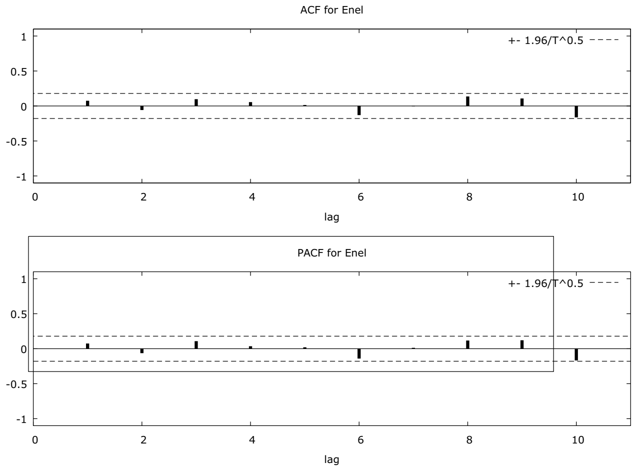

ACF for Bulgari
+- 1.96/T^0.5
lag

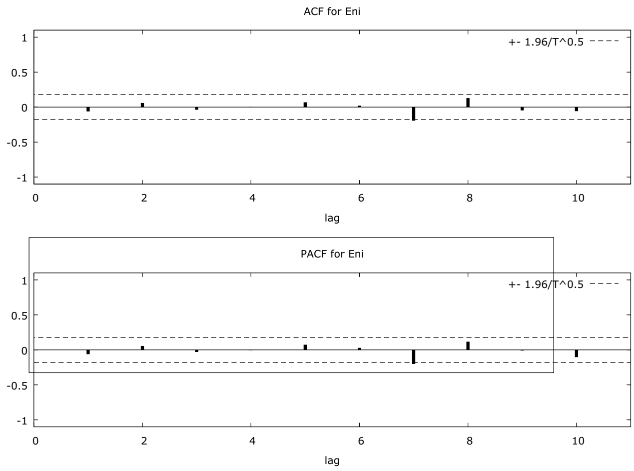

ACF for Buzzi_uni
+- 1.96/T^0.5
lag

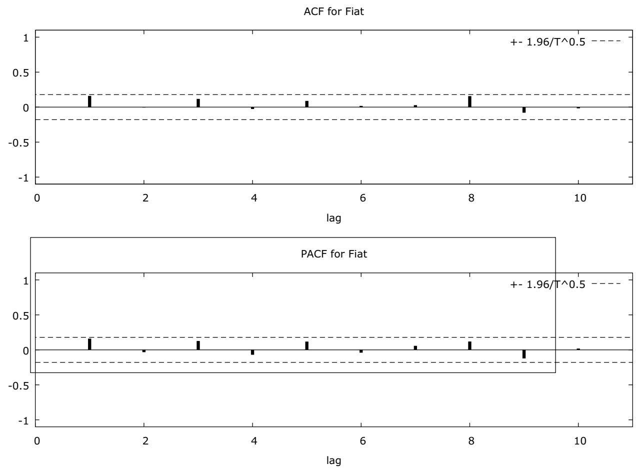

PACF for Bulgari
+- 1.96/T^0.5
lag

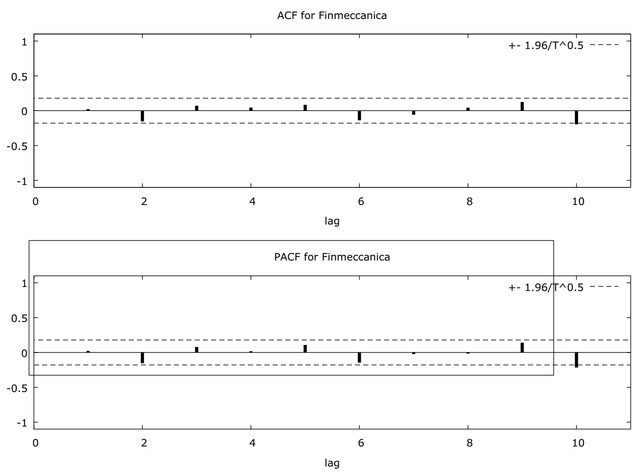

PACF for Buzzi_uni
+- 1.96/T^0.5
lag

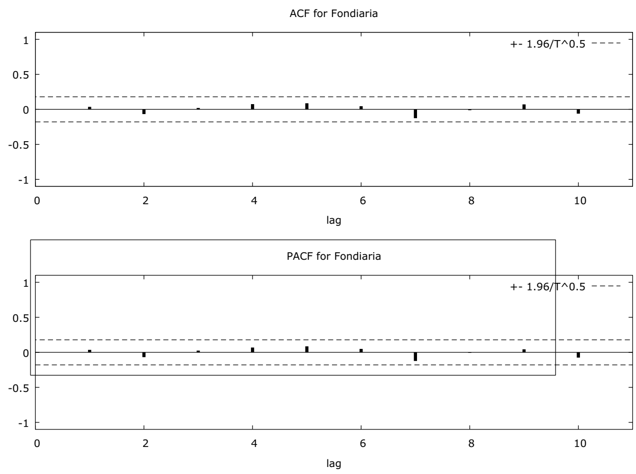

ACF for Cir
+- 1.96/T^0.5
lag
PACF for Cir
+- 1.96/T^0.5
lag

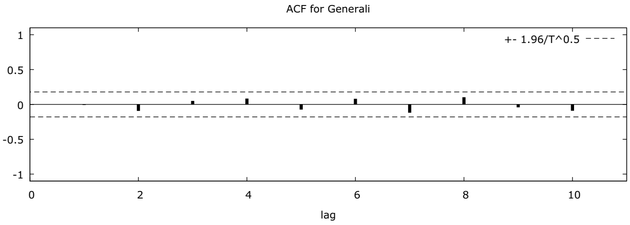

ACF for Enel
+- 1.96/T^0.5
lag
PACF for Enel
+- 1.96/T^0.5
lag

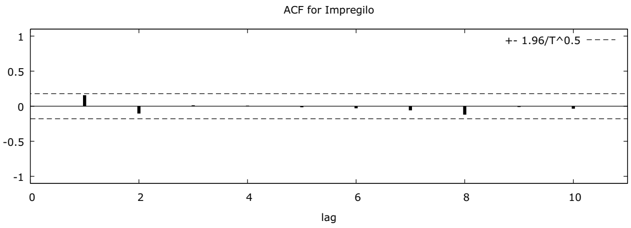

ACF for Eni
+- 1.96/T^0.5
lag
PACF for Eni
+- 1.96/T^0.5
lag

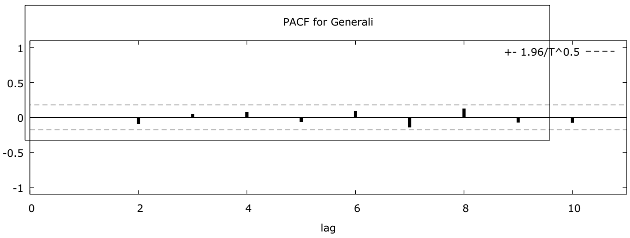

ACF for Fiat
+- 1.96/T^0.5
lag
PACF for Fiat
+- 1.96/T^0.5
lag

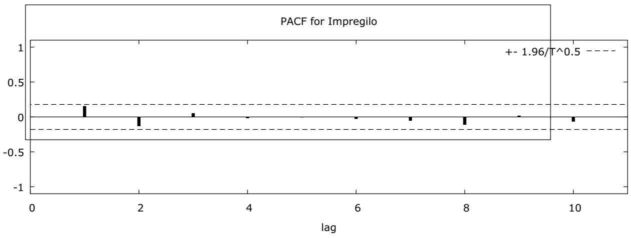

ACF for Finmeccanica
+- 1.96/T^0.5
lag
PACF for Finmeccanica
+- 1.96/T^0.5
lag

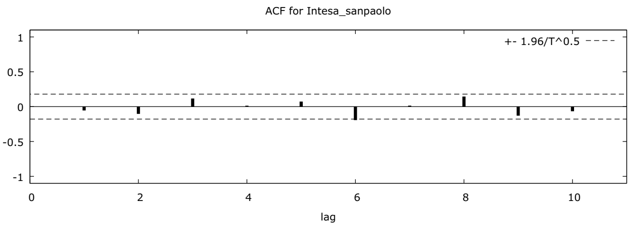

ACF for Fondiaria
+- 1.96/T^0.5
lag
PACF for Fondiaria
+- 1.96/T^0.5
lag

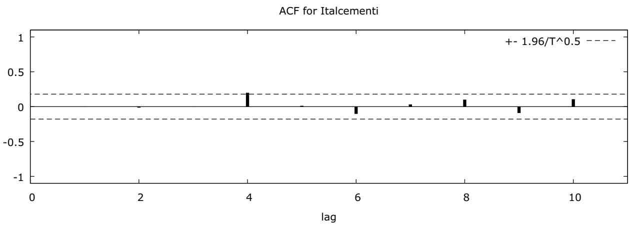

ACF for Generali
+- 1.96/T^0.5
lag

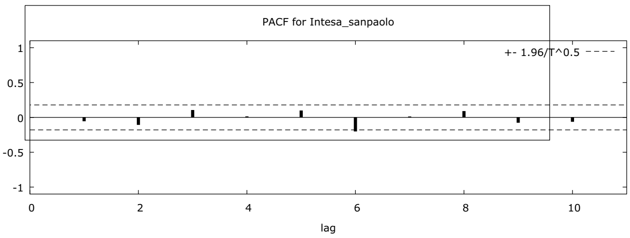

ACF for Impregilo
+- 1.96/T^0.5
lag

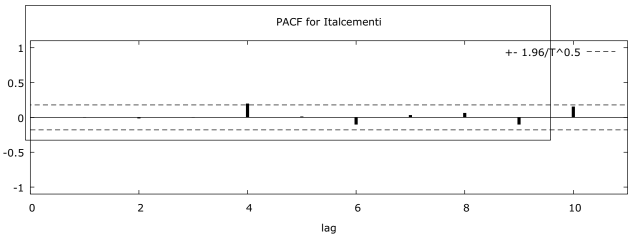

PACF for Generali
+- 1.96/T^0.5
lag

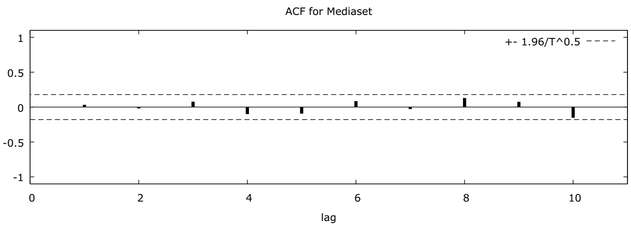

PACF for Impregilo
+- 1.96/T^0.5
lag

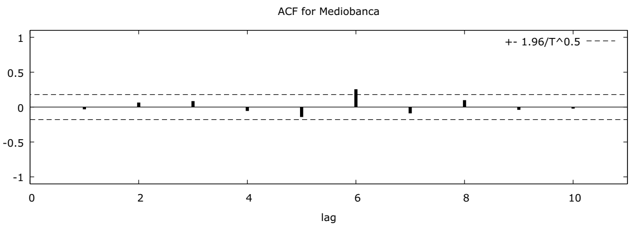

ACF for Intesa_sanpaolo
+- 1.96/T^0.5
lag

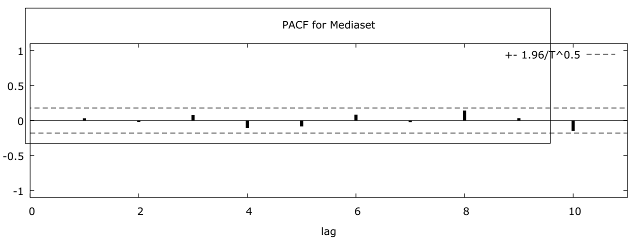

ACF for Italcementi
+- 1.96/T^0.5
lag

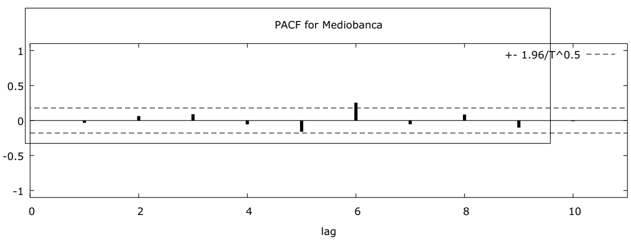

PACF for Intesa_sanpaolo
+- 1.96/T^0.5
lag

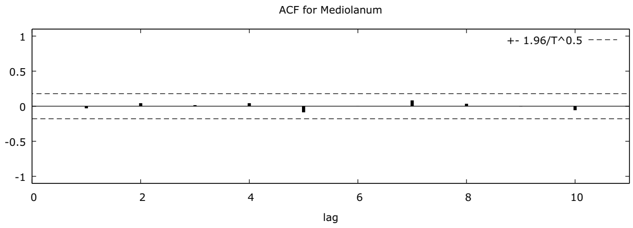

PACF for Italcementi
+- 1.96/T^0.5
lag

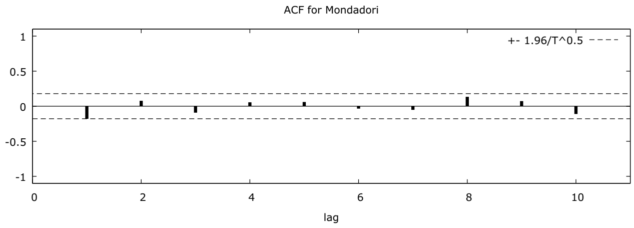

ACF for Mediaset
+- 1.96/T^0.5
lag

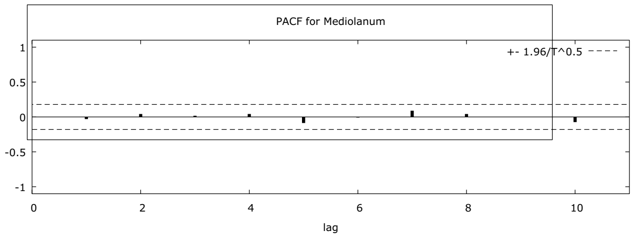

ACF for Mediobanca
+- 1.96/T^0.5
lag

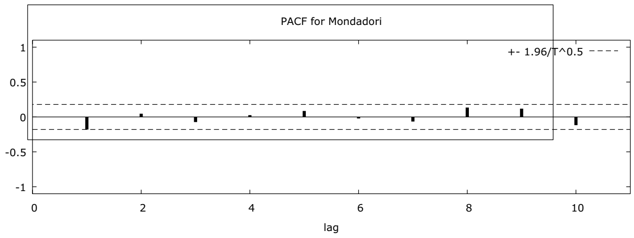

PACF for Mediaset
+- 1.96/T^0.5
lag

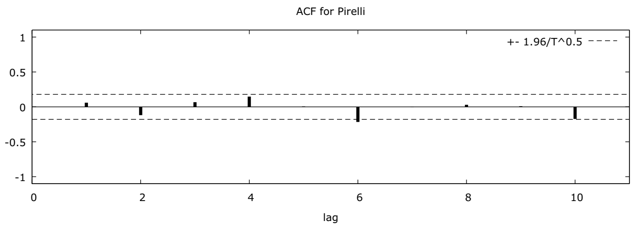

PACF for Mediobanca
+- 1.96/T^0.5
lag

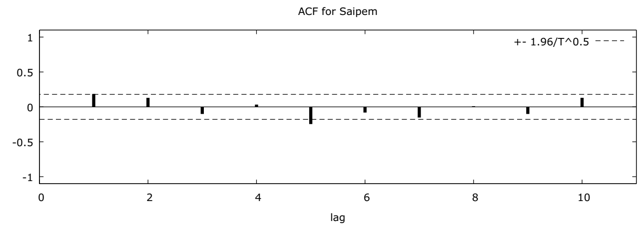

ACF for Mediolanum
+- 1.96/T^0.5
lag

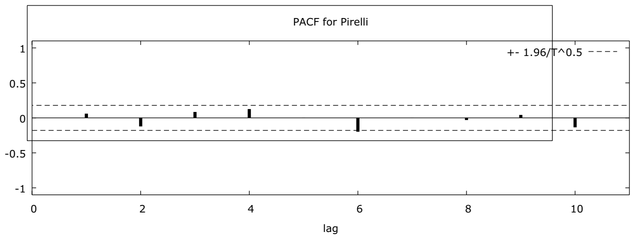

ACF for Mondadori
+- 1.96/T^0.5
lag

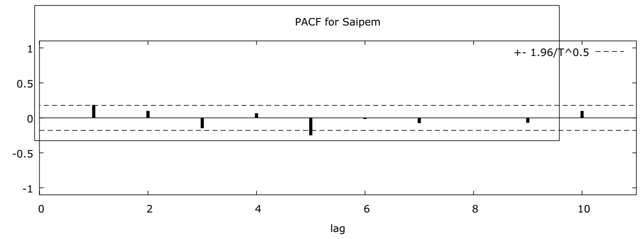

PACF for Mediolanum
+- 1.96/T^0.5
lag

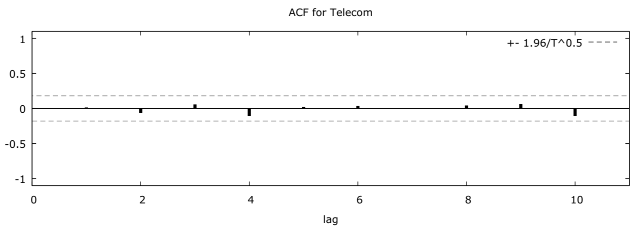

PACF for Mondadori
+- 1.96/T^0.5
lag

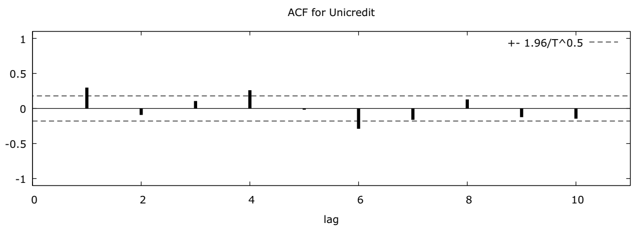

ACF for Pirelli
+- 1.96/T^0.5
lag

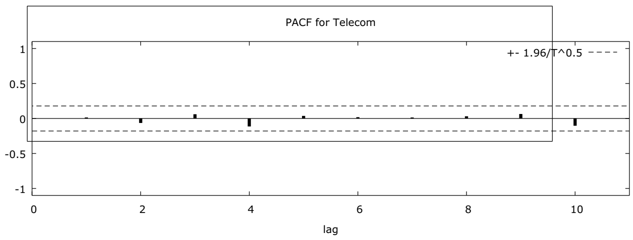

ACF for Saipem
+- 1.96/T^0.5
lag

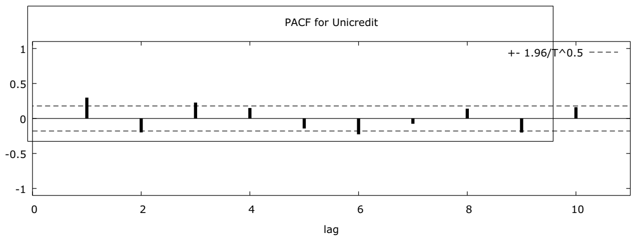

PACF for Pirelli
+- 1.96/T^0.5
lag


PACF for Saipem
+- 1.96/T^0.5
lag


ACF for Telecom
+- 1.96/T^0.5
lag


ACF for Unicredit
+- 1.96/T^0.5
lag


PACF for Telecom
+- 1.96/T^0.5
lag


PACF for Unicredit
+- 1.96/T^0.5
lag

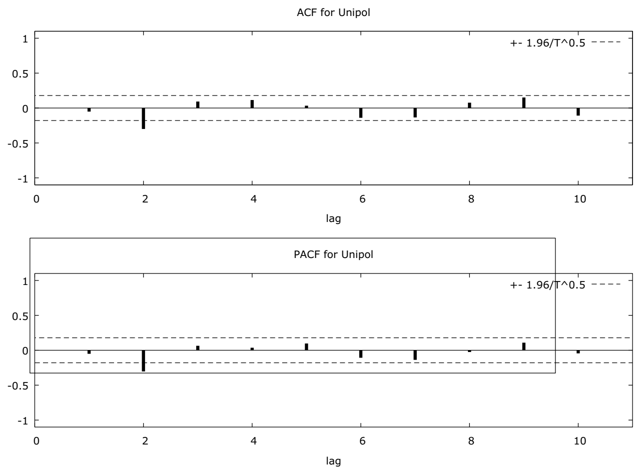


Fig.1.1: correlogrammi ACF PACF per ciascun titolo

Si può osservare dai correlogrammi che quasi tutti i rendimenti dei titoli si possono considerare incorrelati; alcuni titoli, tuttavia, presentano alcune anomalie, in quanto alcuni ritardi fuoriescono dalle bande limite (Mediobanca, Saipem, Unicredit e Unipol sono tra questi). I dati sono caratterizzati da una distribuzione non condizionata, per cui le serie dei titoli possono, tuttavia, essere considerate serialmente incorrelate.

2.3 Statistiche descrittive e test di normalità

Di seguito sono illustrate le statistiche descrittive per ogni serie dei rendimenti; per la verifica di normalità dei dati si è utilizzato il test di Jarque Bera che si basa su momenti di quarto grado: l'indice di asimmetria, che valuta la simmetria della distribuzione attorno al valore atteso, e l'indice di curtosi che riflette la probabilità di osservare rendimenti lontani dal valore atteso. Per una distribuzione simmetrica l'indice di asimmetria è pari a 0, mentre l'indice di curtosi prende il valore 3.

NAME	A2A	AUTOGRILL	ATLANTIA	ANCA MONTE DEI PASCI	BANCO POPOLARE	BULGARI	BUZZI UNICEM	CIR	ENEL
Code	I:A2A	I:AGL	I:ATL	I:BMPS	I:BP	I:BUL	I:BZU	I:CIR	I:ENEL
CURRENCY	E	E	E	E	E	E	E	E	E
Media	0.00006	0.00263	0.00961	-0.00245	-0.00039	0.00322	0.00446	0.01030	-0.00231
Mediana	0.00124	0.00492	0.00882	-0.00248	0.00397	0.00562	-0.00304	0.01092	0.00374
Dev.st	0.09433	0.09376	0.07250	0.08221	0.09746	0.10370	0.10123	0.15797	0.05575
Min	-0.19682	-0.34066	-0.20464	-0.28597	-0.37643	-0.34505	-0.26032	-0.35489	-0.19381
Max	0.43506	0.34651	0.21922	0.20646	0.34892	0.26627	0.28736	1.14909	0.15593
%Neg	0.49580	0.45378	0.47059	0.50420	0.48739	0.48739	0.52941	0.44538	0.45378
Asimmetria	1.19433	-0.11610	-0.11773	-0.42975	-0.19198	-0.52598	0.20524	2.95354	-0.80467
Curtosi	5.19623	2.44734	0.80067	1.79280	4.19979	1.49738	0.56669	22.36565	2.00077
Jarque bera	162.17015	29.96504	3.45352	19.59973	88.18739	16.60415	2.42775	2653.28294	32.69047
P-value	0.0000000000	0.0000003113	0.1778596903	0.0000554591	0.0000000000	0.0002480015	0.2970439199	0.0000000000	0.0000000797

ENI	FIAT	FINMECCANICA	FONDIARIA-SAI	GENERALI	IMPREGILO	INTESA SANPAOLO	ITALCEMENTI	MEDIOBANCA
I:ENI	I:F	I:FNC	I:FSA	I:G	I:IPG	I:BIN	I:IT	I:MB
E	E	E	E	E	E	E	E	E
0.00487	-0.00291	0.00295	0.00149	-0.00019	0.00664	0.00280	0.00151	0.00291
0.01368	0.00421	0.00811	-0.00328	0.00331	0.00787	0.00644	0.00836	0.00000
0.05609	0.11773	0.10107	0.10100	0.07759	0.11638	0.09972	0.07654	0.08169
-0.15557	-0.30774	-0.27846	-0.29716	-0.26346	-0.30297	-0.29735	-0.20423	-0.20374
0.13382	0.46685	0.34758	0.42472	0.22429	0.33807	0.31924	0.16837	0.35496
0.42017	0.47899	0.48739	0.53782	0.48739	0.48739	0.46218	0.45378	0.48739
-0.45356	0.50259	-0.02805	0.42955	-0.47102	0.11247	-0.47037	-0.27700	0.52659
-0.03298	2.65089	1.21890	2.90131	2.21794	0.40068	2.14481	0.22416	2.28042
4.08552	39.85307	7.38229	45.39661	28.79150	1.04691	27.19749	1.77096	31.28462
0.1296701480	0.0000000022	0.0249433737	0.0000000001	0.0000005598	0.5924687299	0.0000012421	0.4125171419	0.0000001609

MEDIOLANUM	MONDADORI EDITORE	MEDIASET	PIRELLI	NCA POPOLARE DI MILA	SAIPEM	TELECOM ITALIA	UNICREDIT	UNIPOL
I:MED	I:MN	I:MS	I:PCI	I:PMI	I:SPM	I:TIT	I:UC	I:UNI
E	E	E	E	E	E	E	E	E
0.00477	-0.00031	0.00000	0.00100	0.00236	0.01791	-0.00491	0.00117	-0.00328
-0.00140	-0.00381	-0.00864	0.00594	-0.00161	0.02656	-0.00162	0.00554	0.00000
0.13075	0.12462	0.10701	0.11681	0.09306	0.09241	0.10420	0.09857	0.07823
-0.44722	-0.42141	-0.26216	-0.33972	-0.28954	-0.26305	-0.32837	-0.35604	-0.41689
0.58066	0.67653	0.50577	0.69130	0.37707	0.22931	0.36296	0.43794	0.40667
0.52101	0.52941	0.52941	0.47899	0.51261	0.40336	0.51261	0.43697	0.49580
0.90733	1.37343	1.09371	1.28039	0.30883	-0.52358	0.11909	0.46384	-0.20522
5.12883	8.41736	3.95979	10.12114	2.40523	0.97498	1.55594	6.62049	11.87358
146.75611	388.71897	101.47117	540.43406	30.57621	10.15036	12.28524	221.59534	699.87013
0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000002293	0.0062499661	0.0021492823	0.0000000000	0.0000000000

Tab 1.1: statistiche descrittive della serie dei rendimenti per ciascun titolo

I rendimenti medi sono estremamente bassi e si discostano tra valori negativi e positivi; il valore del test di JB è molto alto per tutti i titoli e il p-value praticamente nullo, non si può assumere,quindi la normalità dei dati.

CAPITOLO 3: FRONTIERA EFFICIENTE E PERFORMANCE

Ciò che rende rischioso un investimento nel mercato azionario è la dispersione dei risultati possibili. La misura usuale di dispersione é lo scarto quadratico medio o la varianza. Il rischio di ogni azione può essere separato in due parti: il rischio specifico, che dipende da ogni azione e che si può eliminare detenendo un portafoglio ben diversificato, e il rischio sistematico.In questo capitolo verrà introdotto il concetto di diversificazione del portafoglio, mostrando quindi come un investitore possa ridurre lo scarto quadratico medio dei rendimenti del portafoglio. Dopo una breve spiegazione teorica del criterio media varianza, nei paragrafi successivi verranno calcolate le quote da investire per ogni titolo e per la costruzione della frontiera efficiente, per poi concludere,nell'ultima parte, con un'analisi della bontà del portafoglio tramite due indici di performance.

3.1 Il criterio media-varianza

Un investitore decide il proprio investimento sulla base dei rendimenti e dei rischi; in questo paragrafo si introdurrà il concetto di portafoglio e l'importanza di considerare il rischio per ogni rendimento atteso di ciascun titolo.

PORTAFOGLIO E SCELTE DELL'INVESTITORE

Un portafoglio é un insieme di titoli in cui viene allocata la ricchezza di un certo investitore; si chiamerà w_i la quota della ricchezza allocata nel tiolo i, i=1,…N.

$w = (w_1 w_2 ... w_n)$ è il portafoglio.

Esistono due tipi di comportamento di un investitore: il primo che preferisce un rendimento medio (media) più alto a dato rischio (varianza), l'altro che preferisce un rischio meno elevato a dato rendimento. Si ha così un portafoglio A preferito ad un portafoglio generico B nel caso in cui il valore atteso del portafoglio A sia maggiore di quello del portafoglio B e il rischio del portafoglio A sia minore di B:

$E(r_{pA}) \geq E(r_{pB})$ e $\sigma_{pA} \leq \sigma_{pB}$

$E(r_p) = \sum_1^N (w_i \mu_i)$ é il rendimento atteso del portafoglio e sigma é il rischio del medesimo.

RAPPORTO TRA RISCHIO E RENDIMENTO

Lo scopo principale per un investitore è, perciò, ottenere un elevato rendimento medio del portafoglio, mantenendo il rischio, o la varianza, abbastanza contenuto; vuole cioè ricercare un portafoglio efficiente, il cui insieme si può trovare sulla frontiera efficiente di Markowitz. Il grafico in figura 3.1 è la rappresentazione delle coppie (media,varianza) per ciascun titolo considerato.

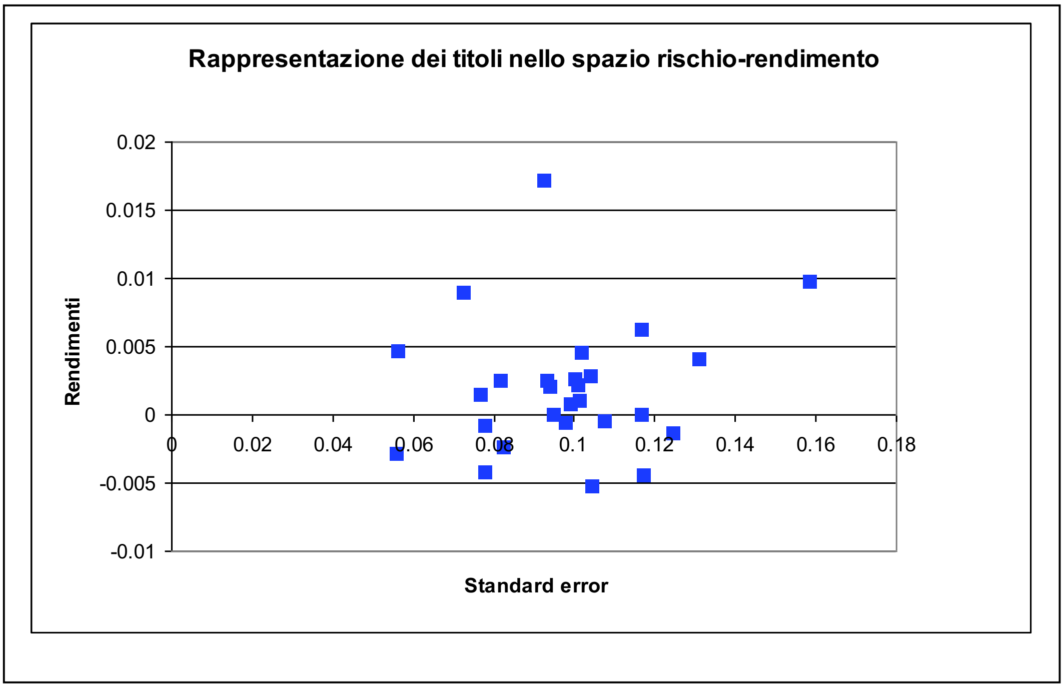


Fig.3.1: il grafico rappresenta i titoli giacenti sul piano rendimenti attesi-varianza, si può notare come in linea di massima in quasi tutti i titoli con alto rendimento, questo sia compensato da una varianza alta.

Nel grafico (fig.3.1) sono evidenziati i titoli con il più alto valore di varianza e rendimento, e con la più bassa varianza. Una considerazione da fare è come in questo caso il titolo con maggiore rendimento medio (Saipem), non sia quello con varianza maggiore, e allo stesso modo il titolo con rischio minore (Enel) non sia quello con rendimento più basso, anche se é comunque "compensato" da un rendimento negativo. Nel paragrafo 3.5, quando si andrà a calcolare l'allocazione vincolata positivamente per ogni titolo, si osserverà come il peso sul titolo "Saipem" sia il maggiore.

3.2 Calcolo della frontiera efficiente senza asset privo di rischio

PROBLEMA DI OTTIMIZZAZIONE DELLA VARIANZA

Per la costruzione della frontiera efficiente sono due i problemi di ottimo da considerare, cioè la massimizzazione del rendimento atteso del portafoglio sotto il vincolo di un dato livello varianza; oppure, come nel caso seguente, la minimizzazione della varianza del rendimento sotto il vincolo di un dato livello di valore atteso:

il rendimento medio del portafoglio è μ_{p**} e il problema di ottimizzazione è

$$\underset{w}{Min}\ \{\sigma^2 = w'\Sigma w\}$$

$$\text{sv } w'\mu = \mu_{p**}$$

$$w'i = 1$$

Che porta alla soluzione:

$$w_{**} = \lambda_{**}\Sigma^{-1}\mu + \gamma_{**}\Sigma^{-1}i$$

Dove

$$\lambda_{**} = \frac{c\mu_{p**} - b}{\delta}\ , \quad \gamma_{**} = \frac{a - b\mu_{p**}}{\delta}\ , \quad \delta = ac - b^2$$

$$a = \mu'\Sigma^{-1}\mu\ , \quad b = \mu'\Sigma^{-1}i\ , \quad c = i'\Sigma^{-1}i$$

Ad ogni μ_{p**} viene associato un portafoglio ottimale $w_{**} = g(\mu_{p**})$ con un minimo rischio pari a

$$\sigma_p = [\,(C/\delta)\mu_p^{\,2} - (2B/\,\delta)\,\mu_p + (A/\,\delta)]^{1/2}$$

Si tratta di un'iperbole con vertice in $(\frac{1}{\sqrt{c}}, \frac{b}{c})$ ed asintoti $\mu_{p**} = \frac{b}{c} \pm \sigma_{p**}\sqrt{\frac{\delta}{c}}$ e rappresenta la frontiera efficiente senza titolo non rischioso, ovvero il luogo dei portafogli avente la minima varianza a parità di rendimento atteso.

COSTRUZIONE DELLA FRONTIERA EFFICIENTE CON I DATI EMPIRICI

Nel caso preso in esame in questa relazione, i titoli, come già accennato nell'introduzione, sono quelli che vanno a comporre l'indice italiano Mib40. Quindi i valori dei parametri a, b, c e delta saranno:

A	0.14166
B	-0.67254
C	676.20195
DELTA	95.34068

In figura 3.2 è rappresentato il grafico della frontiera efficiente in relazione alla posizione dei titoli nello spazio rischio rendimento.

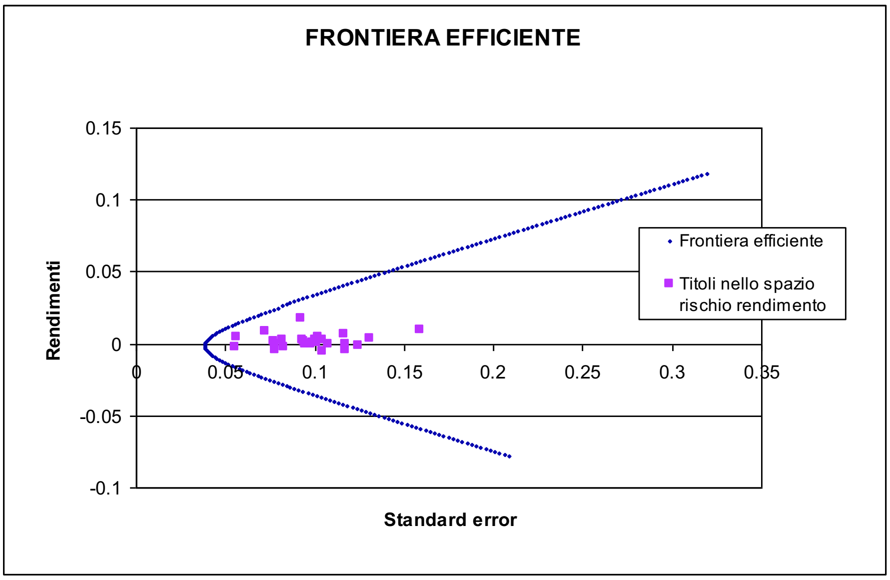


Fig.3.2: la frontiera efficiente va a rappresentare l'insieme dei portafogli efficienti, cioè di quei portafogli che per un determinato livello di rischio massimizzano il rendimento e per un dato livello di rendimento minimizzano il rischio.

Il criterio media-varianza non determina il portafoglio efficiente, ma un insieme di portafogli efficienti che andranno a costituire la frontiera efficiente; un portafoglio efficiente è tale che tra tutti i portafogli con lo stesso rendimento medio possiede la varianza più piccola.

In figura 3.2 ciascun quadrato mostra la combinazione rischio-rendimento offerta da ogni singola azione. Combinando investimenti nei singoli titoli si può ottenere una selezione più ampia di rapporti rischio-rendimento, cioè un qualunque punto più vicino possibile alla curva, verso l'alto e a sinistra.

QUOTE DA INVESTIRE SU CIASCUN TITOLO E SIGNIFICATO DEI PESI NEGATIVI

Fissato un rendimento medio obiettivo pari allo 0.8% mensile sono stati calcolati mediante Matlab le quantità da investire su ciascun titolo :

A2A	0.1289
AUTOGRILL	0.3912
ATLANTIA	2.774
BANCA MONTE DEI PASCHI	-0.2166
BANCO POPOLARE	-0.9401
BULGARI	0.3632
BUZZI UNICEM	-0.3999
CIR	0.0346
ENEL	-2.1877
ENI	0.2613
FIAT	-0.8138
FINMECCANICA	1.0677
FONDIARIA-SAI	0.0448
GENERALI	-0.6789
IMPREGILO	-0.0743
INTESA SANPAOLO	-0.1102
ITALCEMENTI	0.3431
MEDIOBANCA	0.8004
MEDIOLANUM	0.6834
MONDADORI EDITORE	-0.4637
MEDIASET	-1.2708
PIRELLI	-0.1533
BANCA POPOLARE DI MILANO	0.9232
SAIPEM	1.4764
TELECOM ITALIA	-0.9411
UNICREDIT	0.2139
UNIPOL	-0.2557

Tab.3.1 pesi ottimi per ciascun titolo calcolati fissando un rendimento medio pari al 0.08% mensile.

Dai dati in Tab.3.1 risulta come gran parte dei valori dei pesi sia negativo, questo perché per andare a minimizzare il più possibile la varianza, l'investitore é uno "short seller", (in posizione short), ossia prende a prestito da qualcuno il titolo, lo vende sul mercato e con il ricavato acquista altri titoli con pesi positivi.

3.3 Frontiere efficienti con differenti vincoli sui pesi

Nel reale mercato, molto spesso, non è possibile avere sempre posizioni short, né investire più del 100% su un titolo, per cui è ragionevole e più adatto procedere con un'analisi della frontiera aggiungendo un vincolo sui pesi all'interno del problema di ottimizzazione. In questo paragrafo si è voluto fare un confronto tra due frontiere efficienti con differenti vincoli sui pesi: nel primo caso si è vincolato w tra 0 e 0.2, ovvero si può investire in ogni titolo un massimo del 20% e senza prenderne a prestito degli altri; nel secondo caso il vincolo sui pesi e` tra -0.05 e 0.2, quindi si può prendere a prestito fino al 5%.
Il problema di ottimo diventa quindi:

$$\underset{w}{Min}\ \{ w'\Sigma w \}$$

$$\text{sv}\ \ w'\mu = \mu_{p**}$$

$$w'i = 1$$

$$L \le w \le U$$

In cui L e U sono rispettivamente l'estremo inferiore e superiore tra i quali deve giacere la distribuzione dei pesi, nei due portafogli presi in esame sarà tra 0 e 0.2 oppure tra -0.05 e 0.2.
Si è calcolato il rendimento mensile massimo considerando i cinque titoli con miglior rendimento medio e moltiplicandoli per 0.2 (il massimo investimento per ciascun titolo);

il risultato è un rendimento inferiore all'1% mensile, quindi per il calcolo dei pesi ottimali e delle performance, si è preso in considerazione un rendimento mensile di riferimento pari a 0.8%.

Nelle tabelle 3.2 e 3.3 si leggono i valori dei pesi per ogni titolo rispettivamente con vincoli tra [0 0.2] e [-0.05 0.2] e sotto, per meglio evidenziare il raffronto tra i due portafogli, in Fig.3.3 é situato l'istogramma di confronto tra le allocazioni.

Titoli	Pesi
A2A	0
AUTOGRILL	0
ATLANTIA	0.2
BANCA MONTE DEI PASCHI	0
BANCO POPOLARE	0
BULGARI	0
BUZZI UNICEM	0
CIR	0.0251
ENEL	0
ENI	0.2
FIAT	0
FINMECCANICA	0.0372
FONDIARIA-SAI	0
GENERALI	0
IMPREGILO	0.0983
INTESA SANPAOLO	0
ITALCEMENTI	0.1213
MEDIOBANCA	0.0736
MEDIOLANUM	0
MONDADORI EDITORE	0
MEDIASET	0
PIRELLI	0
BANCA POPOLARE DI MILANO	0.0446
SAIPEM	0.2
TELECOM ITALIA	0
UNICREDIT	0
UNIPOL	0

Tab.3.2: quote dei pesi su cui investire per ciascun titolo con vincolo 0<w<0.2

Titolo	Pesi
A2A	0.0072
AUTOGRILL	-0.05
ATLANTIA	0.2
BANCA MONTE DEI PASCHI	-0.05
BANCO POPOLARE	-0.05
BULGARI	-0.05
BUZZI UNICEM	-0.05
CIR	0.0207
ENEL	0.1904
ENI	0.2
FIAT	-0.05
FINMECCANICA	0.0889
FONDIARIA-SAI	-0.004
GENERALI	0.1251
IMPREGILO	0.0722
INTESA SANPAOLO	-0.05
ITALCEMENTI	0.2
MEDIOBANCA	0.0885
MEDIOLANUM	0.0543
MONDADORI EDITORE	-0.05
MEDIASET	-0.05
PIRELLI	-0.05
BANCA POPOLARE DI MILANO	0.1707
SAIPEM	0.2
TELECOM ITALIA	-0.0416
UNICREDIT	-0.05
UNIPOL	-0.0224

Tab.3.3: quote dei pesi su cui investire per ciascun titolo con vincolo -0.05<w<0.2

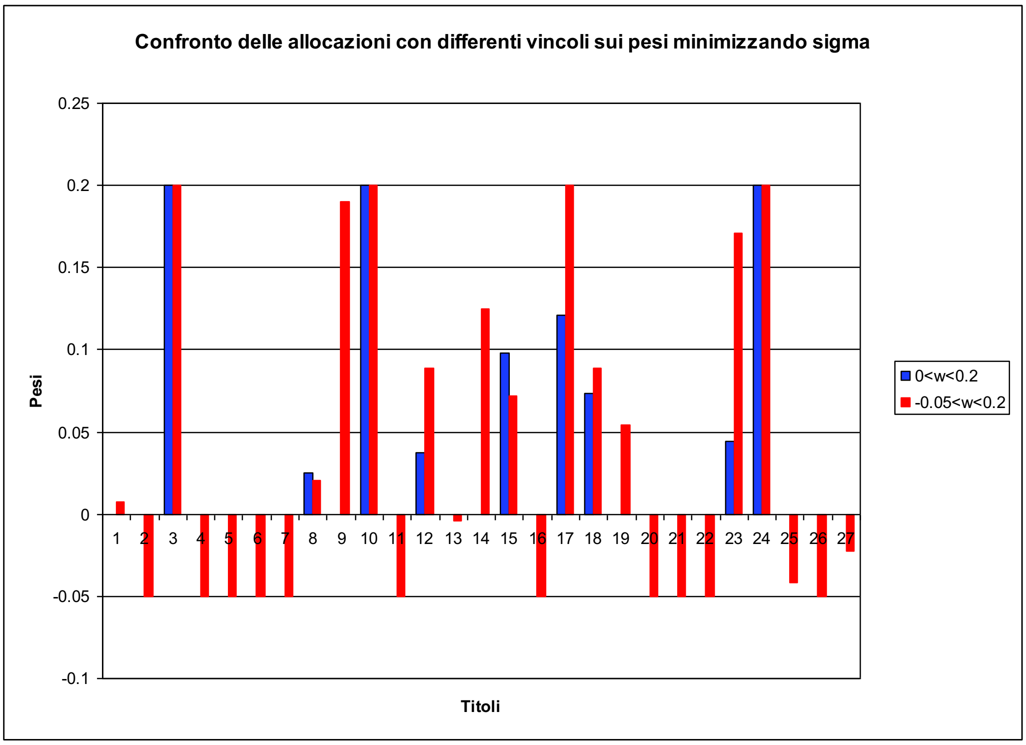


Fig.3.3: istogramma rappresentante le quote investite per ciascun titolo differenziate dalle restrizioni sui vincoli. Le colonne blu rappresentano i pesi vincolati nell'intervallo da 0 a 0.2; le colonne rosse indicano i valori dei pesi vincolati nell'intervallo da -0.05 a 0.2.

Il grafico mette in relazione le differenti quote investite per ciascun titolo rappresentate nelle due tabelle tab.4.2 4.1. La linea blu rappresenta graficamente i pesi vincolati nell'intervallo da 0 a 0.2; la linea rossa indica i valori dei pesi vincolati nell'intervallo da -0.05 a 0.2. Si notano alcune differenze dovute alle diverse restrizioni sui vincoli; laddove il portafoglio "blu" impone di non investire quote su determinati titoli, il portafoglio "rosso" permette di disinvestire quegli stessi titoli, per poi investire una quota maggiore sui titoli più vantaggiosi (rappresentati dalle colonne più alte all'interno del grafico).

Di seguito in figura 3.4 sono rappresentati le frontiere efficienti prendendo in esame il nuovo problema di ottimo con imposti i due differenti vincoli; nel grafico sottostante (fig.3.5), è rappresentato il confronto nello spazio rischio-rendimento delle due frontiere efficienti vincolate e la frontiera efficiente senza i vincoli sui pesi;

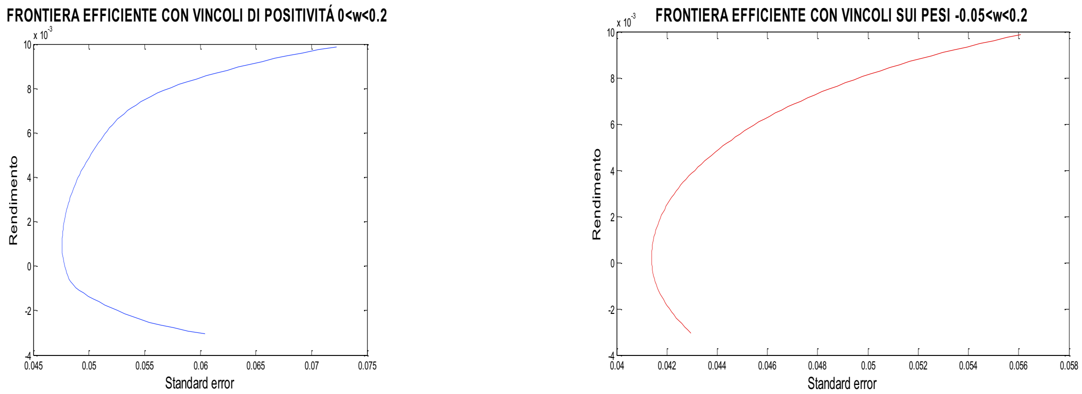


Fig 3.4: Rappresentazione delle due frontiere efficienti con diversi pesi sui vincoli; a sinistra i vincoli sono tra 0 e 0.2, a destra tra -0.05 e 0.2.

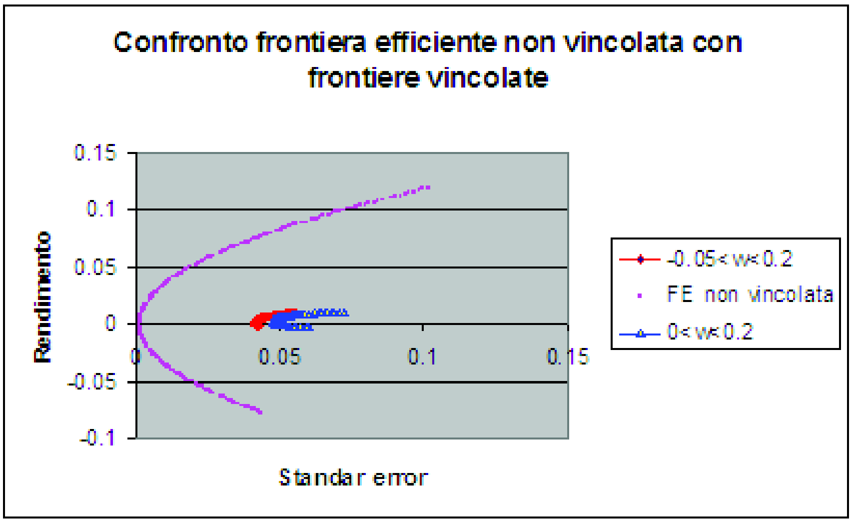


Fig 3.5: confronto tra le due frontiere efficienti vincolate e quella senza vincoli sui pesi; in blu e più a destra quella con pesi nell'intervallo [0, 0.2], in rosso con pesi tra -0.05 e 0.2, in viola la frontiera senza vincoli. A parità di rischio si ha un rendimento più alto (di quasi un ordine di grandezza), se si considera la frontiera efficiente non vincolata.

In figura 3.5 la frontiera efficiente non vincolata è rappresentata dalla curva di colore viola; si nota come le due curve con problema di ottimo vincolato siano più piccole e spostate verso destra, differenziandosi, quindi, per valori di rischio e rendimento. A parità di rischio si ha un rendimento decisamente più alto (di quasi un ordine di grandezza), se si considera la frontiera efficiente non vincolata. Anche le due curve vincolate, se prese singolarmente, presentano alcune differenze: la frontiera con i vincoli sui pesi tra 0 e 0.2 (curva blu), è spostata verso destra nel grafico, evidenziando, quindi, che a parità di rendimento i portafogli di quest'ultima hanno un rischio maggiore di quelli sulla frontiera vincolata tra -0.05 e 0.2 (curva rossa).

3.4 Indici di performance

Nel seguente paragrafo si introducono i concetti di performance di Sharpe e dell'indicatore Omega, che andranno a formare la spina dorsale di questa relazione. Partendo dalla definizione analitica e passando per i loro pregi e difetti, queste due misure di performance verranno successivamente calcolate in funzione del portafoglio di titoli selezionato, del rendimento medio richiesto e da un rendimento di riferimento: l'asset privo di rischio per Sharpe e "b" per Omega.

3.4.1 Frontiera efficiente con titolo non rischioso

Un passo indietro prima di parlare della performance di Sharpe. Fino ad ora sono stati calcolati le frontiere efficienti e i pesi per ciascun titolo considerando nel caso in cui un individuo investa solamente in titoli che possiedono un determinato rischio, o varianza.
In questa situazione il risparmiatore investe anche in un titolo con un rendimento certo (anche se non molto elevato), e con una varianza considerata pari a 0.
Dato quindi r_0 pari al valore di un titolo privo di rischio, che può constare in un deposito in banca o un titolo obbligazionario, si presenterà un nuovo problema di ottimizzazione:

$$\underset{w}{Min}\ \{\, w'\Sigma w \,\}$$

$$\text{sv} \quad w'(\mu - r_0 i) = (\mu_{p*} - r_0)$$

$$w' i = 1$$

Il vincolo consiste, quindi, nell'uguagliare i rendimenti medi netti dei titoli rischiosi (espressione sinistra dell'equazione), con il rendimento medio netto del portafoglio (espressione destra dell'equazione).

Risulterà quindi un vettore delle quote sui titoli rischiosi, differente rispetto a quello della prima frontiera efficiente, pari a

$w' = \lambda_* \Sigma^{-1}(\mu - r_0 i)$ e $w_0 = 1 - w' i$

Dove w' è la quota per i titoli non rischiosi, w_0 per il titolo rischioso e $\lambda_* = \dfrac{\mu_* - r_0}{a - 2br_0 + cr_0^2}$;

la varianza minima sarà pari a

$$\sigma_{p*} = \frac{\mu_{p*} - r_0}{\sqrt{a - 2br_0 + cr_0^2}}$$

In cui μ_{p*} è uguale al rendimento atteso del portafoglio, a, b e c sono i parametri calcolati in precedenza.

3.4.2 Indice di Sharpe e Omega

Ciò che per cui la frontiera con titolo non rischioso interessa il calcolo delle performance è che introducendo il titolo privo di rischio un qualunque portafoglio efficiente ha il rendimento medio e il rischio legati da una relazione lineare:

$$\mu_{p*} = \sqrt{a - 2br_0 + cr_0^2}\,\sigma_{p*} + r_0$$

Questa relazione è chiamata Captital Market Line e il suo coefficiente angolare rappresenta la performance di Sharpe, infatti:

$$ps_* = \sqrt{a - 2br_0 + cr_0^{\,2}} = \frac{\mu_{p*} - r_0}{\sigma_{p*}}$$

La performance varia da –infinito +infinito e indica la misura del rendimento corretto per il rischio. Con ps_* pari ad 1 si ha un'unità di rendimento per ogni unità di rischio, se il rapporto ha valore 2 si avranno due unità di guadagno per ogni unità di rischio e così via. Nel grafico 3.6 sono rappresentate le due frontiere efficienti vincolate, già evidenziate nel paragrafo 3.3, ma con l'aggiunta delle rispettive Capital Market Line che attraversano i portafogli di tangenza e i cui coefficienti angolari rappresentano i valori massimi della performance di Sharpe.

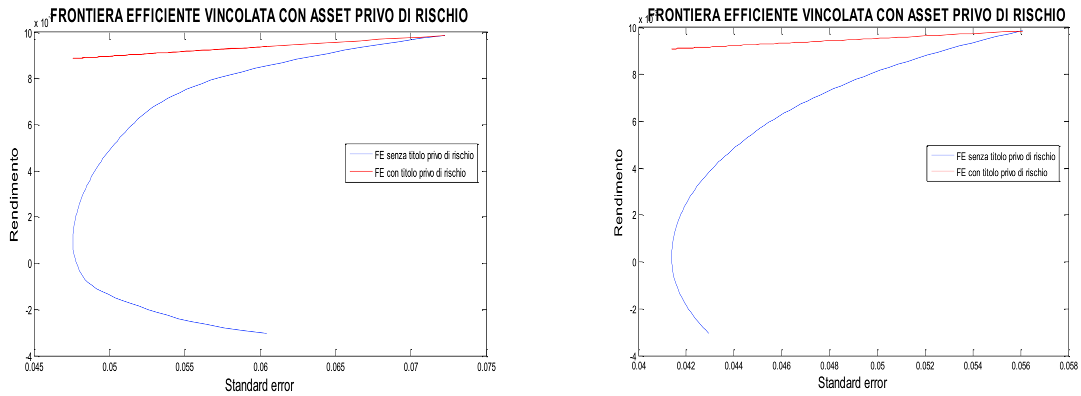


Fig 3.6: frontiere efficienti vincolate con titolo privo di rischio e senza titolo privo di rischio. L'aggiunta della CML evidenzia il portafoglio di tangenza e il valore del massimo Sharpe dato dalla sua pendenza.

Eseguendo il plot dei valori di Sharpe in funzione dei rendimenti scelti (fig. 3.7), si è potuto evidenziare come i punti di massimo Sharpe siano in corrispondenza di un rendimento pari a circa 0.9% .

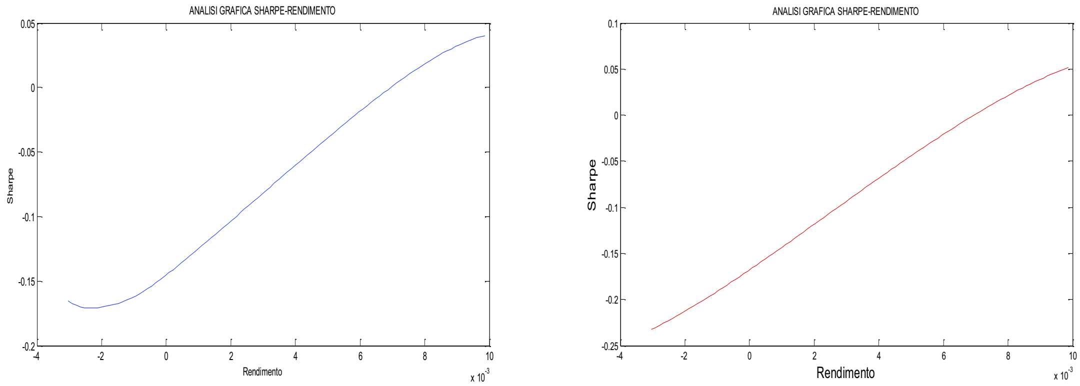


Fig 3.7: rappresentazione grafica del valore dell'indice Sharpe in funzione del corrispondente rendimento: in corrispondenza del massimo valore di Sharpe corrisponde un rendimento pari a circa

L'indice, oltre a quello di Sharpe, considerato in questa tesi è l'indicatore di performance Omega, definito come un rapporto tra la media dei rendimenti positivi del portafoglio e quella dei rendimenti negativi. Nel caso preso in esame si è considerato un rendimento di riferimento, o costo, chiamato b, che verrà sottratto al rendimento del portafoglio pari a $r_p = w'r$ dove w' è il vettore delle allocazioni ottimali per ogni titolo e r la matrice dei rendimenti.

$$\Omega = \frac{E[(w'r-b)^{+}]}{-E[(w'r-b)^{-}]}$$

il parametro b può assumere tre differenti valori:

b=0
b=rf
b=rf+1%

Per un valore di b nullo l'indice Omega rivelerà solamente un rapporto netto tra rendimenti positivi e negativi; al crescere del valore di b l'indicatore tenderà a scendere.

3.5 Portafoglio ottimale con pesi vincolati e analisi delle performance

Nel paragrafo sottostante sono presenti i valori delle performance calcolati per i due tipi di vincoli imposti ai pesi [-0.05,0.2], [0,0.2].
In questo caso, per calcolare la performance di Sharpe è stato preso in considerazione l'indice obbligazionario a tre mesi CENTROBANCA 1998 ZERO 30/01/18.

3.5.1 Confronto tra le performance dei due portafogli mediante minimizzazione della varianza

Titoli	Pesi			
A2A	0		Sharpe	0.01842
AUTOGRILL	0		Sigma	0.05710
ATLANTIA	0.2			
BANCA MONTE DEI PASCHI	0		Omega b=0	0.93390
BANCO POPOLARE	0		Omega b=rf	0.88920
BULGARI	0		Omega b=rf+0.01	0.74480
BUZZI UNICEM	0			
CIR	0.0251			
ENEL	0			
ENI	0.2			
FIAT	0			
FINMECCANICA	0.0372			
FONDIARIA-SAI	0			
GENERALI	0			
IMPREGILO	0.0983			
INTESA SANPAOLO	0			
ITALCEMENTI	0.1213			
MEDIOBANCA	0.0736			
MEDIOLANUM	0			
MONDADORI EDITORE	0			
MEDIASET	0			
PIRELLI	0			
BANCA POPOLARE DI MILANO	0.0448			
SAIPEM	0.2			
TELECOM ITALIA	0			
UNICREDIT	0			
UNIPOL	0			

Tab.3.4: valore dei pesi per il portafoglio vincolato tra 0 e 0.2 con i rispettivi valori di performance ottenuti tramite il problema di ottimo di minimizzazione della varianza.

Titoli	Pesi			
A2A	0.0072		Sharpe	0.0212
AUTOGRILL	-0.05		sigma	0.0497
ATLANTIA	0.2			
BANCA MONTE DEI PASCHI	-0.05			
BANCO POPOLARE	-0.05		Omega b=0	0.8111
BULGARI	-0.05		Omega b=rf	0.75500
BUZZI UNICEM	-0.05		Omega b=rf+0.01	0.6098
CIR	0.0207			
ENEL	0.1904			
ENI	0.2			
FIAT	-0.05			
FINMECCANICA	0.0889			
FONDIARIA-SAI	-0.004			
GENERALI	0.1251			
IMPREGILO	0.0722			
INTESA SANPAOLO	-0.05			
ITALCEMENTI	0.2			
MEDIOBANCA	0.0885			
MEDIOLANUM	0.0543			
MONDADORI EDITORE	-0.05			
MEDIASET	-0.05			
PIRELLI	-0.05			
BANCA POPOLARE DI MILANO	0.1707			
SAIPEM	0.2			
TELECOM ITALIA	-0.0416			
UNICREDIT	-0.05			
UNIPOL	-0.0224			

Tab.3.5: valore dei pesi per il portafoglio vincolato tra -0.05 e 0.2 con i rispettivi valori di performance ottenuti tramite il problema di ottimo di minimizzazione della varianza.

In tab.3.4 e tab.3.5 sono presenti le quote sui 27 titoli presi in esame rispettivamente con i vincoli tra il valore 0 e 0.2 e tra -0.05 e 0.2; allo stesso modo sono state calcolate le performance di Sharpe e Omega per i tre valori di b.
Si può osservare la differenza tra i valori dell'indice di Sharpe dei due portafogli, nel caso in cui vi sia un vincolo sui pesi tra lo 0 e lo 0.2: il valore é pari a 0.01842, mentre è maggiore nel caso in cui il vincolo sia tra -0.05 e 0.2 , pari a 0.02112. Due valori che evidenziano come il portafoglio che permette la vendita allo scoperto (tabella 3.5) sia ottimale rispetto a quello con il vincolo positivo sui pesi.
Differenze sostanziali si hanno invece calcolando gli indicatori Omega in base ai tre valori del rendimento di riferimento "*b*". Ovviamente il valore Omega scende allo scendere di *b*, ma quello che più si evidenzia è il fatto che la performance sia maggiore (per tutti e tre i valori di b considerati) nel portafoglio con i vincoli sui pesi positivi, ribaltando completamente ciò che l'indice Sharpe ha rilevato.

3.5.2 Confronto tra le performance calcolate mediante massimizzazione dell'indice Sharpe

Nel seguente paragrafo si è effettuato il calcolo dei pesi ottimi per ciascun titolo e dei valori delle performance sulla base di un nuovo problema di ottimizzazione, differente da quello in cui, sotto vincolo, si minimizzava la varianza. Mediante l'Optimization Toolbox di Matlab, si è risolto il problema di massimizzazione dell'indice Sharpe:

$$Max\ \{\frac{w'\mu}{\sqrt{w'\Sigma w}}\}$$

Sv

$$L \leq w \leq U$$

$$w'i = 1$$

Dove L e U sono rispettivamente il vincolo inferiore e superiore dei pesi.
I risultati sono rappresentati nelle tabelle 3.6 e 3.7 divise in base al vincolo sui pesi considerato.

Titoli	Pesi			
A2A	0		Sharpe	0.0184
AUTOGRILL	0			
ATLANTIA	0.2		sigma	0.0572
BANCA MONTE DEI PASCHI	0		Omega b=0	0.9012
BANCO POPOLARE	0		Omega b=rf	0.8598
BULGARI	0		Omega b=rf+0.01	0.745
BUZZI UNICEM	0			
CIR	0.0201			
ENEL	0			
ENI	0.2			
FIAT	0			
FINMECCANICA	0.0386			
FONDIARIA-SAI	0			
GENERALI	0			
IMPREGILO	0.1042			
INTESA SANPAOLO	0			
ITALCEMENTI	0.1058			
MEDIOBANCA	0.074			
MEDIOLANUM	0			
MONDADORI EDITORE	0			
MEDIASET	0			
PIRELLI	0			
BANCA POPOLARE DI MILANO	0.0574			
SAIPEM	0.2			
TELECOM ITALIA	0			
UNICREDIT	0			
UNIPOL	0			

Tab.3.6: valore dei pesi per il portafoglio vincolato tra 0 e 0.2 con i rispettivi valori di performance ottenuti tramite il problema di ottimo di massimizzazione dell'indice Sharpe.

Titoli	Pesi			
A2A	0.0213		Sharpe	0.0212
AUTOGRILL	-0.05			
ATLANTIA	0.2		sigma	0.0497
BANCA MONTE DEI PASCHI	-0.05		Omega b=0	0.8418
BANCO POPOLARE	-0.05		Omega b=rf	0.7047
BULGARI	-0.05		Omega b=rf+0.01	0.6101
BUZZI UNICEM	-0.05			
CIR	0.0145			
ENEL	0.1809			
ENI	0.2			
FIAT	-0.05			
FINMECCANICA	0.1025			
FONDIARIA-SAI	-0.0114			
GENERALI	0.1201			
IMPREGILO	0.0899			
INTESA SANPAOLO	-0.05			
ITALCEMENTI	0.2			
MEDIOBANCA	0.1103			
MEDIOLANUM	0.0477			
MONDADORI EDITORE	-0.05			
MEDIASET	-0.05			
PIRELLI	-0.05			
BANCA POPOLARE DI MILANO	0.187			
SAIPEM	0.2			
TELECOM ITALIA	-0.0387			
UNICREDIT	-0.05			
UNIPOL	-0.0183			

Tab.3.7: valore dei pesi per il portafoglio vincolato tra -0.05 e 0.2 con i rispettivi valori di performance ottenuti tramite il problema di ottimo di massimizzazione dell'indice Sharpe.

Si può notare come i valori degli indici di Sharpe per entrambi i portafogli siano uguali ai valori rilevati dalla minimizzazione della varianza; rispetto al problema di ottimizzazione precedente le considerazione sono le medesime, se si prende in esame il valore di Sharpe si preferisce il portafoglio vincolato tra -0.05 e 0.2; considerando l'indicatore Omega, invece, è preferibile il portafoglio in figura 3.6.

3.5.3 Confronto tra le performance calcolate mediante massimizzazione dell'indice Omega

Nel sottoparagrafo che segue si sono calcolati i pesi del portafoglio e le performance secondo la massimizzazione dell'indice Omega; si è risolto, quindi, mediante l'Optimization Toolbox di Matlab, il nuovo problema di ottimizzazione vincolata:

$$Max \quad \{\frac{E[(w'r-b)^{+}]}{-E[(w'r-b)^{-}]}\}$$

Sv

$$L \le w \le U$$

$$w'i = 1$$

in cui L e U sono rispettivamente il vincolo superiore dei pesi; si avranno, quindi tre vettori dei pesi, tre valori di Omega (uno per ogni valore di b) e altrettanti valori di Sharpe (uno per ogni Omega) .

Titoli	Pesi		
A2A	0.0001	0	0
AUTOGRILL	0	0	0
ATLANTIA	0.2	0.2	0.0252
BANCA MONTE DEI PASCHI	0	0	0
BANCO POPOLARE	0	0	0
BULGARI	0.0382	0.0239	0
BUZZI UNICEM	0	0	0.1433
CIR	0.01	0.0801	0.2
ENEL	0	0.0482	0
ENI	0.2	0.2	0
FIAT	0	0	0.0244
FINMECCANICA	0.0033	0	0
FONDIARIA-SAI	0.002	0.0138	0
GENERALI	0	0	0
IMPREGILO	0.063	0.0714	0.1005
INTESA SANPAOLO	0	0	0
ITALCEMENTI	0.0423	0.0392	0
MEDIOBANCA	0.18	0.0482	0
MEDIOLANUM	0.057	0.0142	0.2
MONDADORI EDITORE	0	0	0.1088
MEDIASET	0	0	0
PIRELLI	0	0	0
BANCA POPOLARE DI MILANO	0.0057	0.0308	0
SAIPEM	0.2	0.2	0.1977
TELECOM ITALIA	0	0	0
UNICREDIT	0	0	0
UNIPOL	0.0002	0.0324	0

	b=0	b=rf	b=rf+0.01
sigma	0.0589	0.0593	0.0884
Omega	1.149	0.9199	1.0081
Sharpe	0.0179	0.0178	0.0119

Tab 3.9: allocazione ottimale sotto il vincolo tra 0 e 0.2 secondo le tre massimizzazioni di Omega e i rispettivi valori delle performance.

Titoli	Pesi		
A2A	0.0525	0.0543	-0.0355
AUTOGRILL	0.1044	-0.0134	0.0689
ATLANTIA	0.2	0.2	-0.0069
BANCA MONTE DEI PASCHI	-0.0318	-0.0478	-0.0442
BANCO POPOLARE	-0.05	-0.0492	-0.0154
BULGARI	0.051	0.0325	0.032
BUZZI UNICEM	0.0224	-0.05	0.1377
CIR	0.0529	0.0491	0.2
ENEL	-0.0285	0.1215	-0.05
ENI	0.1925	0.2	-0.05
FIAT	-0.05	-0.0477	0.0071
FINMECCANICA	-0.0175	0.0367	0.0058
FONDIARIA-SAI	-0.048	0.0574	-0.0118
GENERALI	-0.0119	0.0455	-0.04
IMPREGILO	0.0719	0.0848	0.1529
INTESA SANPAOLO	0.0773	-0.0457	0.0891
ITALCEMENTI	-0.0398	0.0902	-0.0289
MEDIOBANCA	0.105	0.0972	-0.0072
MEDIOLANUM	0.0034	0.0907	0.1641
MONDADORI EDITORE	-0.05	-0.0191	0.1495
MEDIASET	0.1177	-0.05	0.1241
PIRELLI	-0.0474	-0.05	0.0943
BANCA POPOLARE DI MILANO	-0.0383	0.0472	0.0039
SAIPEM	0.1909	0.2	0.1517
TELECOM ITALIA	-0.0485	-0.05	-0.0493
UNICREDIT	0.0208	-0.05	0.0325
UNIPOL	0.193	0.1049	-0.05

	b=0	b=rf	b=rf+0.01
sigma	0.0814	0.0539	0.1012
Omega	1.0444	0.8953	1.1252
Sharpe	0.0171	0.0195	0.0104

Tab 3.9: allocazione ottimale sotto il vincolo tra -0.05 e 0.2 secondo le tre massimizzazioni di Omega e i rispettivi valori delle performance.

Risultati differenti sono presenti rispetto ai valori rilevati nei precedenti problemi di ottimizzazione: un portafoglio è preferibile all'altro in base ai valori del rendimento di riferimento b, che non condizionano solamente i valori di omega, ma anche quelli di Sharpe. Ad esempio per b=0 il portafoglio con vincoli positivi è preferibile all'altro per entrambi i valori delle performance; non è lo stesso per b=rf+1% in cui l'indice Omega è maggiore per il portafoglio con pesi tra -0.05 e 0.2, mentre se si considera Sharpe è preferibile il portafoglio con i vincoli positivi. Da considerare inoltre che per b=rf+1%, secondo quest'ultimo problema di ottimo, il valore dell'indicatore omega è più alto rispetto a quelli calcolati rispetto a b=0 o b=rf; risultato possibile data la non linearità dell'indice.

CAPITOLO 4: Analisi dei dati al variare della frequenza di campionamento

In questo capitolo si analizzano le performance ex post, ovvero quei valori ad un tempo t calcolate sulla base delle informazioni al tempo t-1. Tramite una sottofinestra temporale si è potuto evidenziare la dinamica e le variazioni, in funzione di un dato intervallo di tempo, dei valori dei pesi dei portafogli efficienti e delle rispettive performance, secondo tre problemi di ottimizzazione: minimizzazione della varianza e massimizzazione sotto vincolo delle performance di Sharpe e di Omega. Pertanto l'analisi è stata effettuata suddividendo il periodo dell'intero campione in più sottoperiodi. Nel caso che segue si è proceduto con un'analisi considerando una finestra di 60 mesi a partire dal primo gennaio 2000, e spostandola in avanti di un mese fino alla fine del campione, ovvero al primo novembre 2009.

4.1 Valori delle performance in relazione al tempo e con diversi valori dei vincoli ottimizzando la varianza

Come già accennato la finestra temporale presa in considerazione include 60 mesi, e rispetto ad essa sono stati calcolati, quindi, il valore dei pesi e degli indici minimizzando il rischio secondo il criterio classico media-varianza. Si avranno quindi 59 vettori di pesi per ogni portafoglio.

Per analizzare meglio le variazioni delle allocazioni e dei valori delle performance in funzione del tempo, di seguito, saranno rappresentati i plot dei valori delle performance rispetto al tempo e, con colori distinti, saranno differenziati i periodi in cui una finestra cambia interamante campione rispetto a quella precedente (ogni 12 mesi in questo caso). Ovviamente sia i valori calcolati che i grafici sono distinti rispetto al vincolo dei pesi iniziale [0,0.2], [-0.05,0.2].

Nei grafici a seguire sono rappresentati i valori della performance di Sharpe in funzione del tempo distinguendoli in base ai due intervalli dei vincoli considerati (Fig.4.1); il colore della linea varia quando la finestra considerata si sposta in avanti di 12 mesi ; più in basso, in figura 4.2, è presente il grafico di confronto tra i due casi.

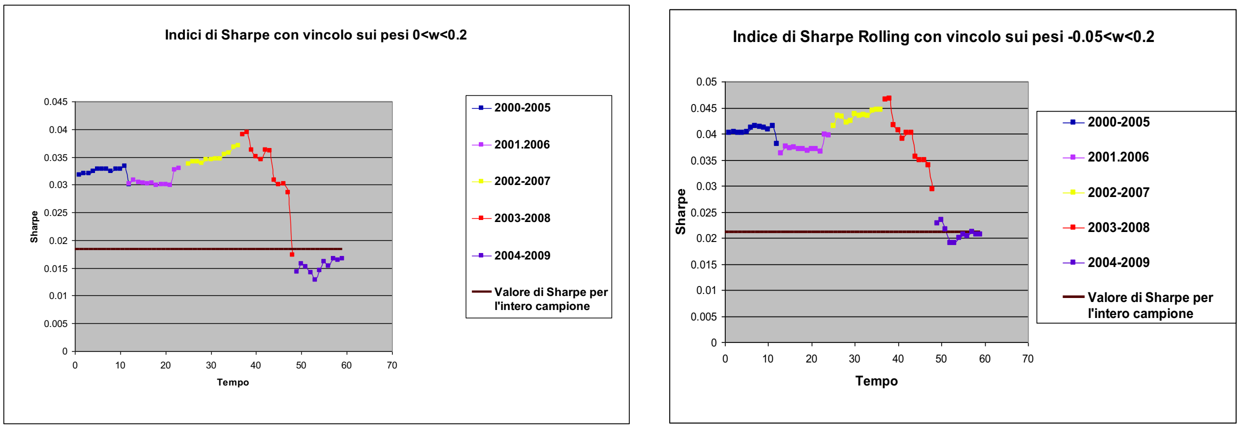


Fig.4.1: rappresentazione grafica dei valori dell'indice di Sharpe considerando un campione di 60 mesi. A sinistra con pesi vincolati tra 0 e 0.2, a destra con vincolo compreso tra -0.5 e 0.2.

Si può osservare come in figura 4.1 la performance abbia un trend positivo fino a quando la finestra considerata si ferma nell'anno 2007; successivamente ogni finestra, sempre di 60 mesi, comincia a inglobare i rendimenti facenti parte del 2008 (linea rossa) e 2009 (linea viola). L'indice quindi risente degli ultimi due anni della crisi finanziaria, riportando perciò valori sempre più bassi fino alla fine del 2008. La linea orizzontale di colore marrone rappresenta la performance di Sharpe (calcolata nel capitolo 4) considerando l'intero campione; si può notare come questo valore sia al di sotto di gran parte degli indici calcolati considerando i sottoperiodi della finestra (tranne dal 2009 in poi). Dalla figura 4.1 non si possono osservare differenze di valori dell'indice in relazione al vincolo sui pesi considerato; nella figura 4.2 é, perciò rappresentato il plot delle due curve insieme, rispettivamente in rosso quella con i pesi vincolati tra -0.05 e 0.2, in blu racchiusi tra 0 e 0.2.

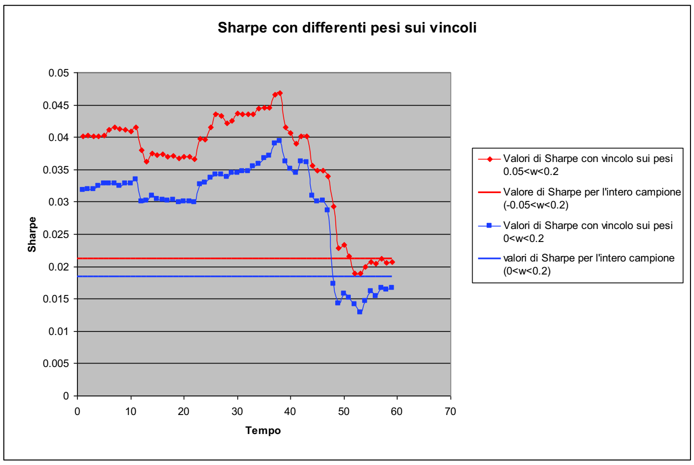


Fig.4.2 Confronto tra i valori di Sharpe ponendo due vincoli diversi sui pesi; in rosso la rappresentazione considerando i pesi tra 0 e 0.2, in blu quella con i vincoli tra -0.05 e 0.2.

Tra il confronto dei due grafici rappresentanti le performance di Sharpe per i due portafogli in fig.4.2 non si possono osservare differenze sostanziali; una considerazione importante, però, è che la performance Sharpe con un vincolo sui pesi meno restrittivo é maggiore rispetto a quella con i vincoli tra 0 e 0.2 se il calcolo viene effettuato valutando l'intero campione (linea blu rispetto alla linea rossa). Lo stesso vale se si considerano i sottoperiodi di 60 mesi, tutti gli indici calcolati sulla base dei pesi con vincoli tra 0 e 0.2 sono inferiori rispetto a quelli valutati nelle allocazioni all'interno dell'intervallo -0.05 e 0.2.

Di seguito in fig.4.3 sono rappresentati i grafici dell'indicatore Omega in funzione del tempo, calcolato sulla base della finestra temporale considerata e per i tre valori di riferimento b = 0, b=rf, b=rf+0.01. Si è, inoltre, rappresentato per ogni grafico il valore di Omega considerando l'intero campione dei rendimenti di 10 anni.

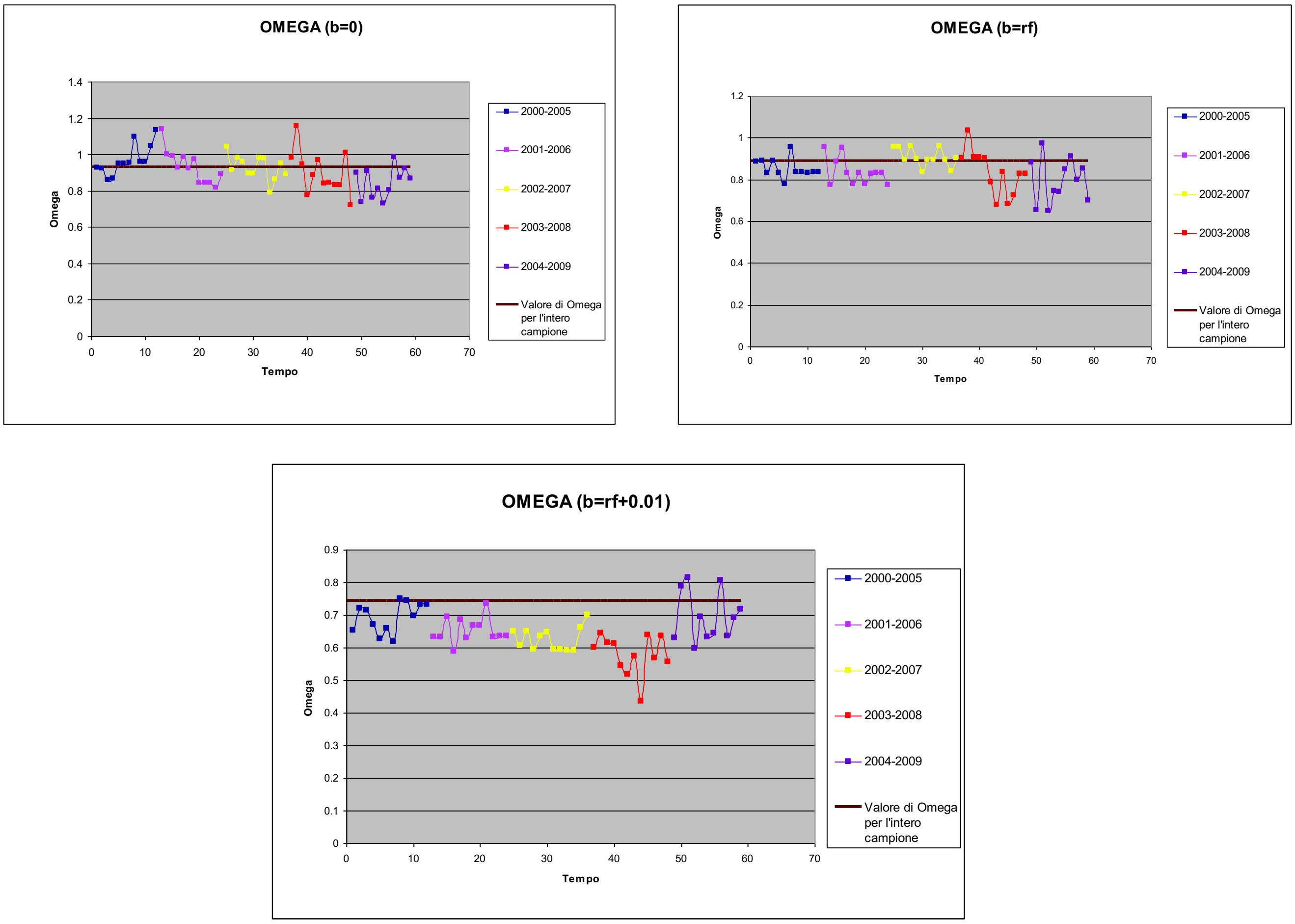


Fig.4.3: Valori di Omega in relazione al tempo e rispetto ai valori di b per i portafogli dei titoli vincolati tra 0 e 0.2

Dall'osservazione del grafico per b=0 si può notare che i valori dell'indicatore Omega, raggiungono, fino ad un certo periodo della finestra temporale (2008) picchi superiori al valore 1, evidenziando, quindi una media dei rendimenti positivi più alta rispetto a quella dei rendimenti negativi. In tutti e tre i grafici, i valori sono sensibili,durante lo spostamento della finestra temporale,all'aggiunta di rendimenti negativi. Quando la finestra raggiunge il periodo di crisi del 2008 si può notare come già dal terzo mese l'andamento subisca alcune discese, come già rilevato nel calcolo della performance di Sharpe (Fig.4.1). Dal grafico di omega per b=0 si può osservare come la linea marrone tagli circa nel mezzo il grafico altalenante della performance considerando la sottofinestra temporale, evidenziando, quindi, che l'investimento nel periodo di dieci anni si mantiene, mediamente, costante con quello prodotto tenendo in considerazione sottoperiodi di cinque anni. Per i due valori di b diversi da zero, la linea marrone tende ad essere più alta rispetto al grafico realizzato in base al sottocampione, ad evidenziare la miglior performance del portafoglio calcolato su dieci anni di campione.

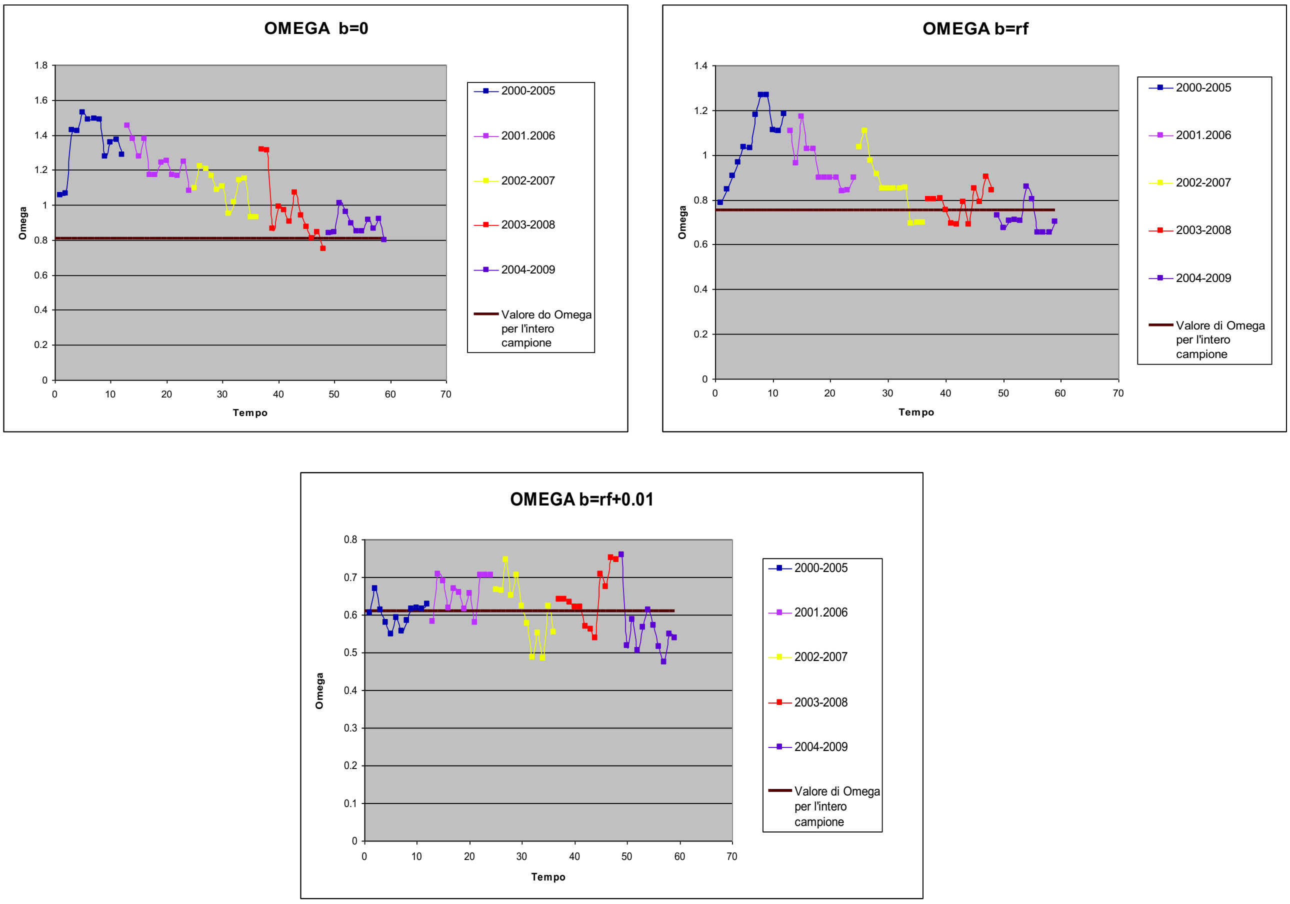


Fig.4.4: Rappresentazione grafica dell'indicatore Omega in relazione al tempo e ai tre valori di b per i portafogli dei titoli con vincolo sui pesi pari a -0.05 e 0.2.

In fig.4.4 sono rappresentati i valori dell'indicatore Omega calcolati sulla finestra mobile di 60 mesi considerando, a differenza della figura 4.3, il portafoglio con i vincoli sui pesi tra -0.05 e 0.2. I tre grafici presentano differenze nell'andamento per i tre valori di b: per b=0 si può notare un trend decrescente dovuto, probabilmente, all'inclusione di rendimenti negativi degli anni 2007-2008 nella finestra temporale. Per valori di b più elevati il grafico risente meno della crisi finanziaria, rimanendo abbastanza stabile in media per b=rf+0.01

Nella Fig.4.5, si può notare come le "creste" del grafico, nel caso del portafoglio vincolato tra -0.05 e 0.2, raggiungano punte di massimo superiore rispetto all'altro portafoglio, benché, considerando l'intero campione, risultino maggiori i valori di omega del grafico a sinistra, come si é evidenziato nel capitolo 3.

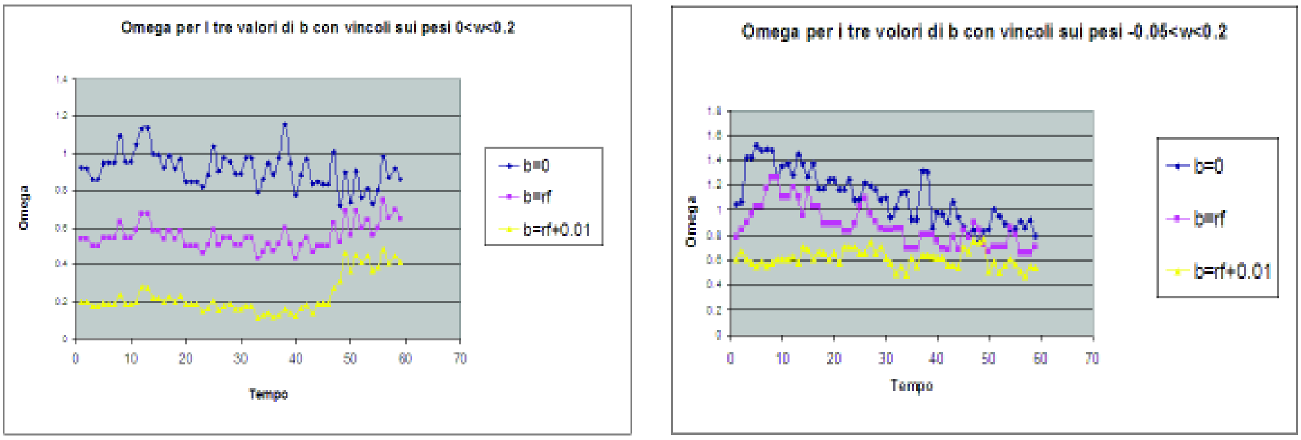


Fig.4.5 rappresentazione dell'indicatore Omega in funzione del tempo calcolato in relazione ai tre valori di b.

4.2 Valori delle performance in relazione al tempo e con diversi valori dei vincoli ottimizzando Sharpe

Nel seguente paragrafo si sono calcolati, mediante l'Optimization Toolbox di Matlab, i pesi e le performance di ciascun portafoglio secondo i due vincoli sui pesi considerati, in base al problema di massimizzazione dell'indice Sharpe:

$$\underset{w}{Max}\ \left\{ \frac{w'\mu}{\sqrt{w'\Sigma w}} \right\}$$

sv

$$L \leq w \leq U$$

$$w'i = 1$$

Dove L e U sono rispettivamente il vincolo inferiore e superiore preso in considerazione posto sui pesi. I risultati sono stati rappresentati in funzione del tempo graficamente in figura 4.6, 4.7,4.8 considerando i due vincoli [0,0.2] [-0.05,0.2].

In figura 4.6 è rappresentato in dettaglio l'andamento dell'indice di Sharpe teorico massimizzato in funzione del tempo considerando la sottofinestra di cinque anni e confrontato con il valore ottenuto a posteriori prendendo in esame l'intero campione di dieci anni.

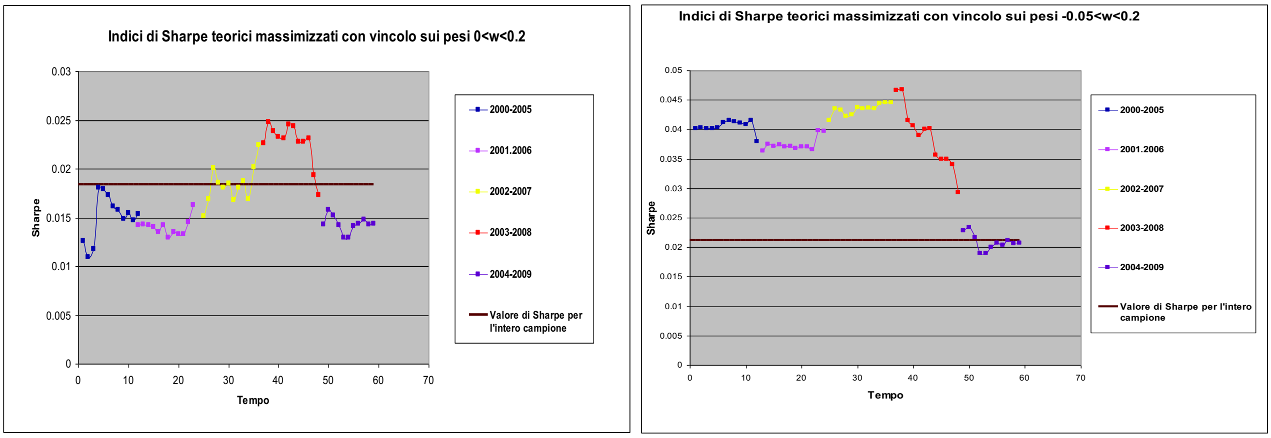


Fig.4.6: rappresentazione grafica dei valori dell'indice di Sharpe massimizzato in funzione del tempo considerando un campione di 60 mesi. A sinistra con pesi vincolati tra 0 e 0.2, a destra con vincolo compreso tra -0.5 e 0.2.

Massimizzando Sharpe sotto vincolo si può notare come il portafoglio rappresentato nel grafico a sinistra abbia dei picchi dei valori della performance più bassi rispetto al portafoglio del grafico di destra prendendo in considerazione lo stesso arco temporale; ad esempio se si considera la parte rossa delle rappresentazioni, in cui la sottofinestra include interamente i rendimenti dell'anno 2008, si nota come nei primi mesi l'indice Sharpe ha valore oltre 0.045 nel portafoglio con pesi tra -0.05 e 0.2, quasi il doppio rispetto ai valori rilevati nel portafoglio con i vincoli tra 0 e 0.2. In linea di massima i valori delle performance nel tempo considerando una finestra di 60 mesi è superiore nel caso si consideri il portafoglio [-0.05,0.2], come quanto si era rilevato per l'intero campione. Anche prendendo in esame questo problema di ottimo e la differenza tra i due portafogli, si può osservare come i grafici siano sensibili alle crisi dei mercati tra il 2007

2008, facendo scendere i valori delle performance fino al di sotto del valore che si otterrebbe considerando il campione di dieci anni (linea marrone).

Successivamente, sempre massimizzando l'indice Sharpe, si é proceduto con il calcolo della funzione omega considerando la finestra temporale di 60 mesi; di seguito, in figura 4.7 e 4.8, sono rappresentati i valori di Omega in funzione del tempo in relazione ai due portafogli presi in esame fino ad ora.

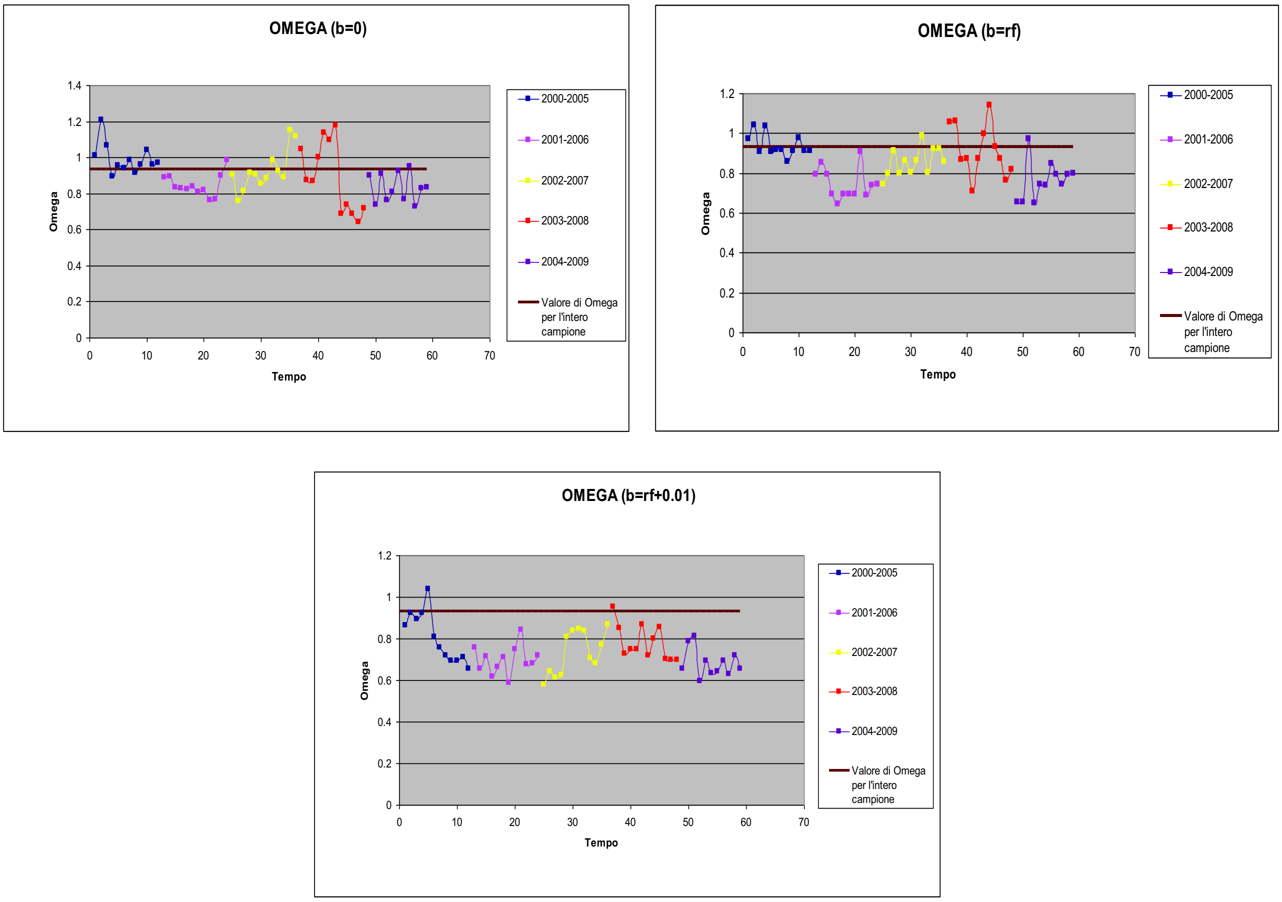


Fig.4.7: Valori di Omega ottenuto massimizzando Sharpe in relazione al tempo e rispetto ai valori di b per i portafogli dei titoli vincolati tra 0 e 0.2

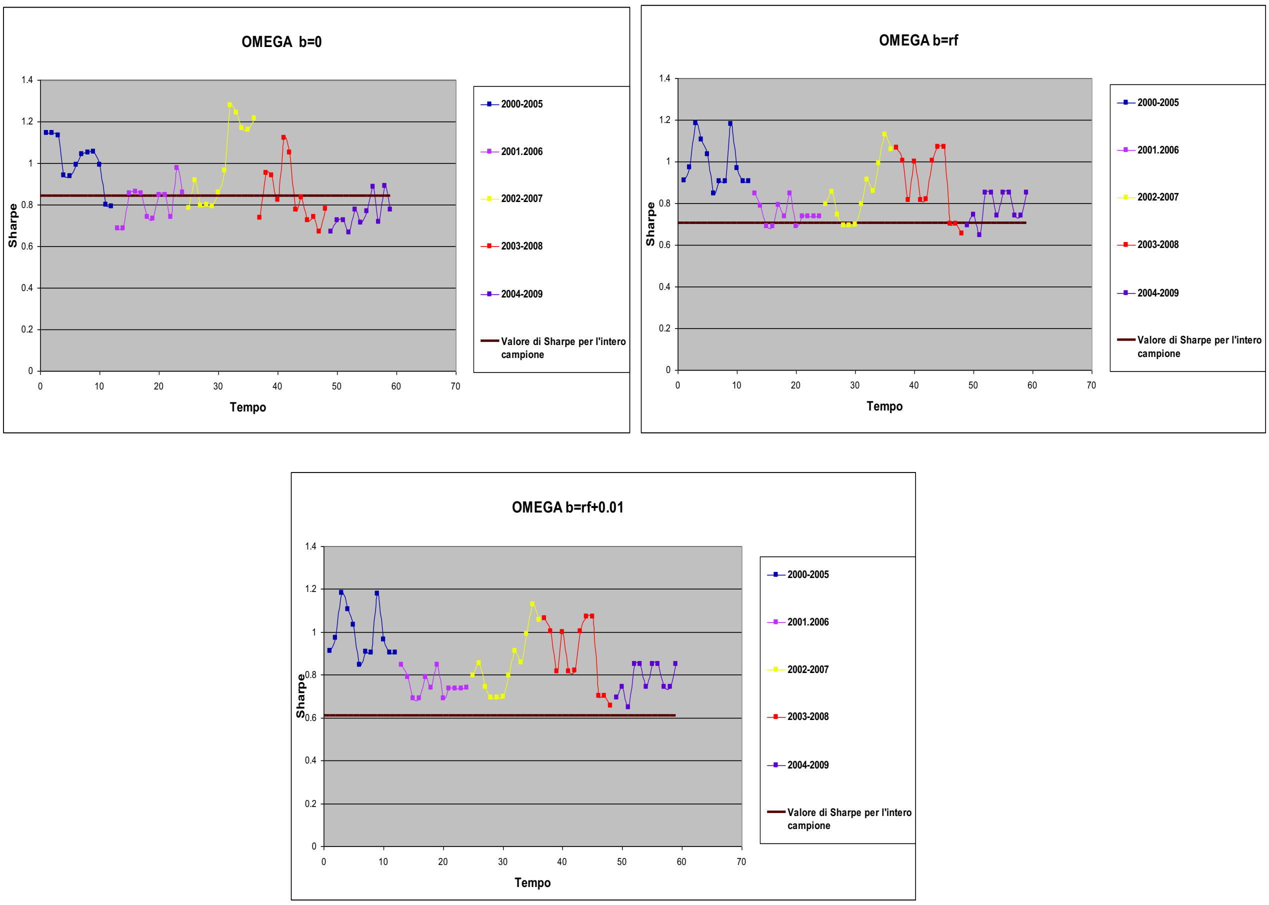


Fig.4.8: Rappresentazione grafica dell'indicatore Omega, ottenuto massimizzando Sharpe, in relazione al tempo e ai tre valori di b per i portafogli dei titoli con vincolo sui pesi pari a -0.05 e 0.2.

Dai grafici in entrambi i portafogli si può osservare come i valori massimi di Omega si ottengano nel primo periodo e, come nella rappresentazione delle dinamiche di Sharpe, verso l'inclusione nella finestra dei dati del 2008 (linea rossa); anche l'indice Omega, anche se in maniera ridotta rispetto a quello di Sharpe, risente di valori dei rendimenti negativi del 2007-2008, evidenziato dai trend negativi della curva dopo la metà del 2008. Così come per l'intero campione, anche considerando una finestra temporale di 60 mesi, i valori di Omega in linea di massima tendono a scendere al crescere del valore di b. Per i due portafogli che si differenziano sulla base dei vincoli sui pesi, sono presenti delle dinamiche diverse rispetto al corrispondente valore della performance per l'intero campione (rappresentato dalla retta orizzontale di colore marrone). Nel primo portafoglio con vincoli [0, 0.2] l'andamento dei tre grafici di Omega è "in media" simile al valore della performance ottenuta basandosi sul campione di rendimenti di 10 anni. Nettamente superiori le rilevazioni dell'andamento del grafico considerando il secondo portafoglio, le quali sono al di sopra della retta marrone, evidenziando valori di Omega maggiori se si considerano rendimenti all'interno di una sottofinestra di 60 mesi.

4.3 Valori delle performance in relazione al tempo e con diversi valori dei vincoli ottimizzando l'indicatore Omega

Nel seguente sottoparagrafo si sono calcolati i valori dei pesi da investire per ciascun titolo e delle performance basandosi sulla finestra temporale di 60 mesi ottimizzando l'indicatore omega mediante l'Optimization Toolbox di Matlab; il nuovo problema di ottimo sarà:

$$Max \quad \left\{ \frac{E[(w'r-b)^{+}]}{-E[(w'r-b)^{-}]} \right\}$$

Sv

$$L \leq w \leq U$$

$$w'i = 1$$

Dove L e U sono rispettivamente il vincolo inferiore e superiore preso in considerazione posto sui pesi. I risultati, visibili integralmente in appendice, sono stati rappresentati in funzione del tempo graficamente considerando i due vincoli [0,0.2] [-0.05,0.2].

Massimizzando la funzione Omega per i tre valori di b si otterranno tre valori di Sharpe per ogni portafoglio, visibili, in funzione al tempo, nei sei grafici sottostanti (figura 4.9, 4.10);

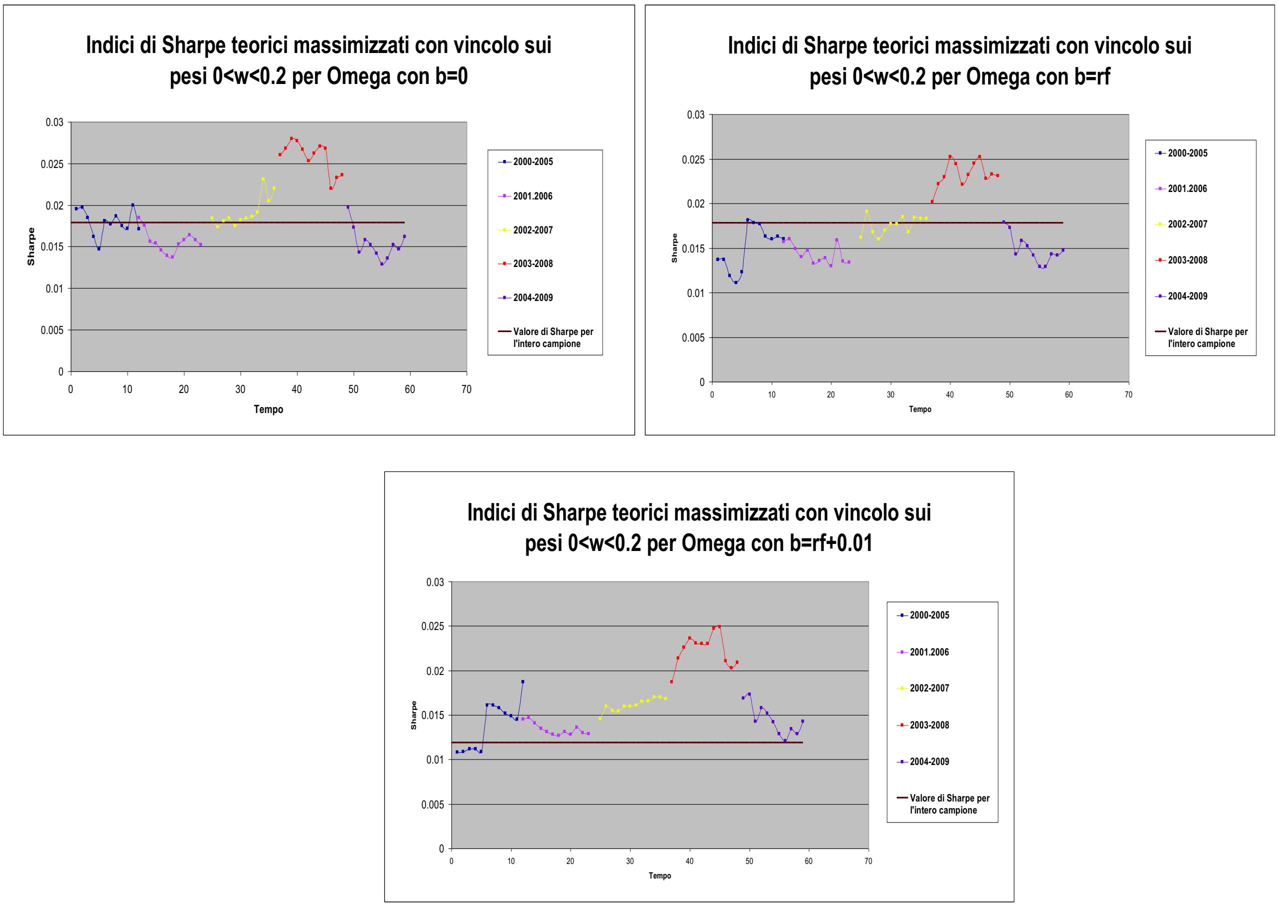
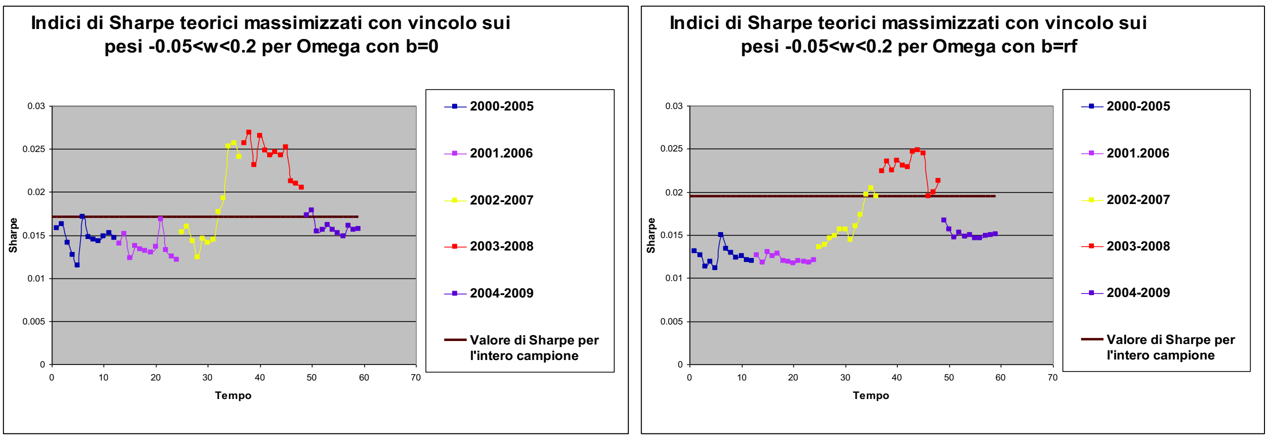


Fig.4.9: rappresentazione grafica,per il portafoglio con vincoli sui pesi [0,0.2], dei valori dell'indice di Sharpe in funzione del tempo, massimizzando la funzione Omega per i tre valori di b e considerando un campione di 60 mesi.



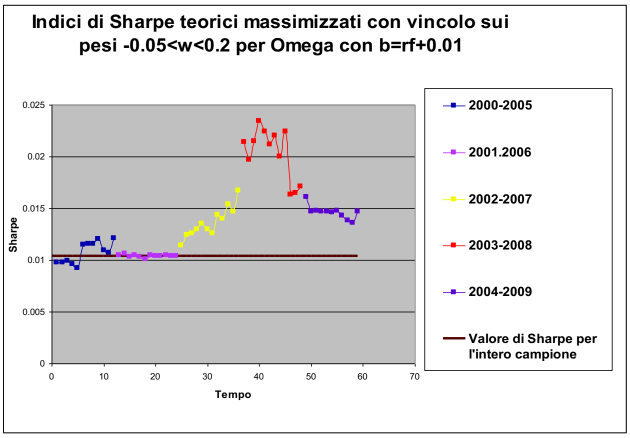


Fig.4.10: rappresentazione grafica,per il portafoglio con vincoli sui pesi [-0.05,0.2], dei valori dell'indice di Sharpe in funzione del tempo, massimizzando la funzione Omega per i tre valori di b e considerando un campione di 60 mesi.

Non ci sono sostanziali differenze nelle dinamiche dell'indice di Sharpe per i due portafogli: anche al crescere di b si può osservare il trend crescente del grafico quando la sottofinestra comincia ad includere i rendimenti dal 2002 fino al 2008, toccando, per tutti e sei i grafici, circa un valore massimo di circa 0.025 considerando il terzo mese del 2008 per i primi due grafici del portafoglio (0, 0.2). Se si vanno ad osservare il grafico per b=rf +1% e le tre rappresentazioni del portafoglio (-0.05, 0.2), i valori massimi di Sharpe sono stati ottenuti rispettivamente nel nono mese, nel secondo, nel decimo e nel quarto mese del 2008. Dopo tali valori per tutti e tre gli indici di Sharpe in funzione del tempo si avrà un trend negativo mano a mano che la finestra include tutti i valori dei rendimenti mensili del 2008 per via della sensibilità dell'indice alla crisi finanziaria.

Per quanto riguarda l'andamento del grafico confrontato al valore dell'indice di Sharpe considerando l'intero campione, le rappresentazioni evidenziano come per b=rf+1% la linea marrone sia al di sotto della curva in funzione del tempo.

In figura 4.11 e 4.12 sono rappresentati, rispettivamente per i due portafogli presi in esame, gli andamenti in funzione del tempo dei valori di Omega ottimizzati per ogni valore di b, considerando la sottofinestra di cinque anni:

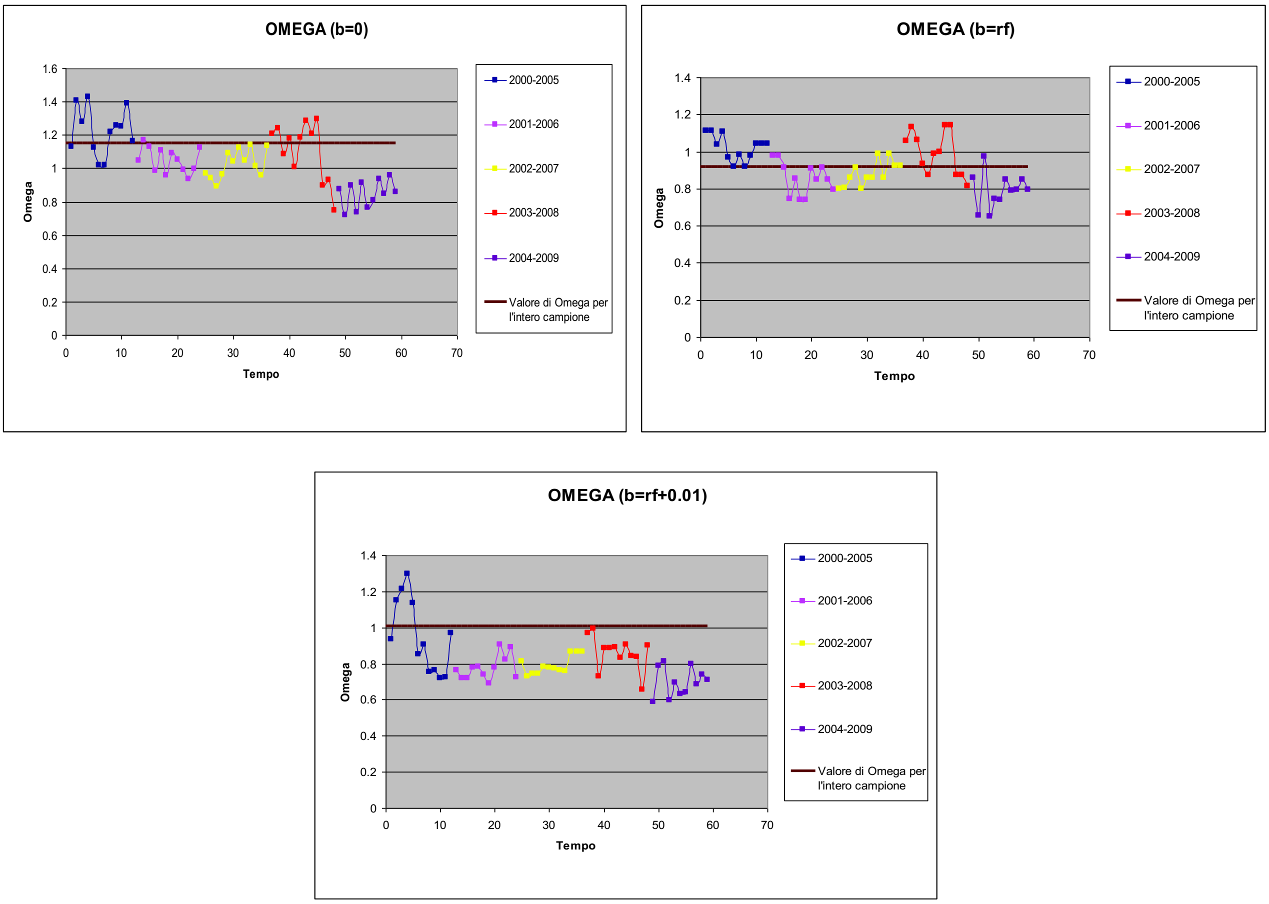
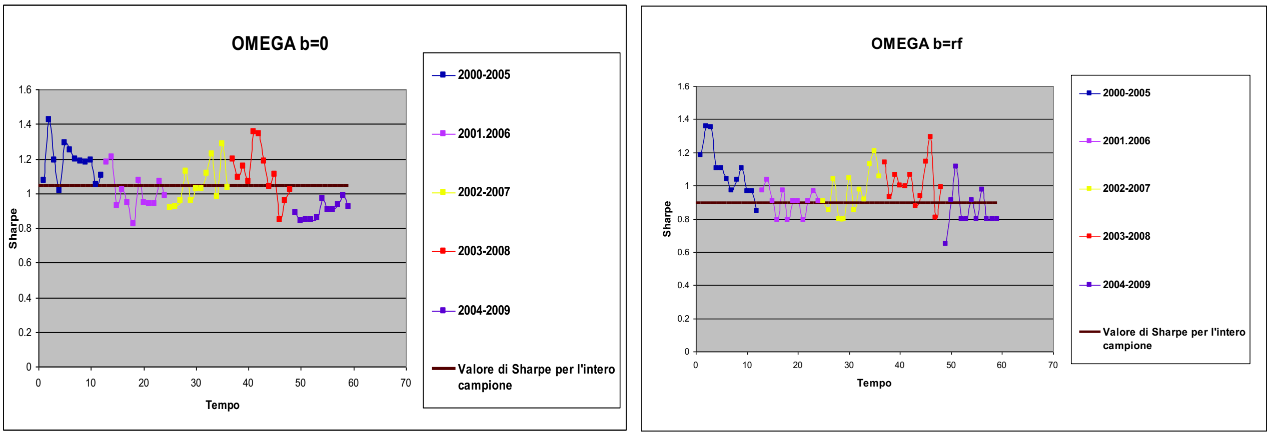


Fig.4.11: Rappresentazione grafica dell'indicatore Omega, ottenuto massimizzando Omega, in relazione al tempo e ai tre valori di b per i portafogli dei titoli con vincolo sui pesi pari a 0. e 0.2.



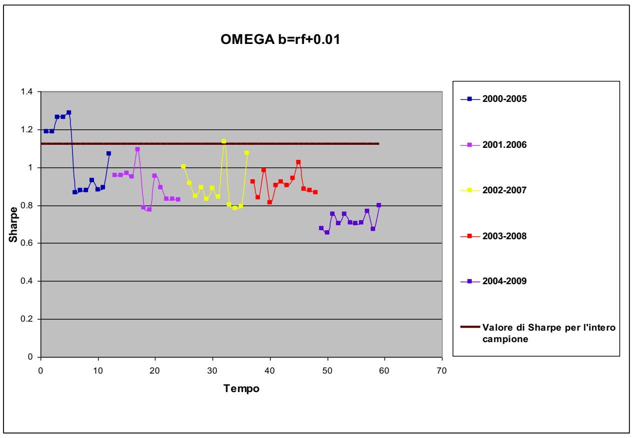


Fig.4.12: Rappresentazione grafica dell'indicatore Omega, ottenuto massimizzando Omega, in relazione al tempo e ai tre valori di b per i portafogli dei titoli con vincolo sui pesi pari a -0.05. e 0.2.

Anche ottimizzando l'indicatore Omega si hanno i massimi valori dell'indice per entrambi i portafogli e per tutti e tre i valori di b, nel primo periodo di riferimento della finestra temporale (linea blu) e tra i mesi del 2007 e 2008 (linea gialla e rossa) per valori tra 1.4 e 1.2. Le performance tendono poi a scendere fino al di sotto della linea marrone, che indica il valore di Omega considerando l'intero campione, da metà del 2008 in poi, come quanto già rilevato per l'indice di Sharpe e Omega per tutte e tre le ottimizzazioni.

Conclusioni

Nella relazione sono stati presentati due portafogli ottimali composti da 27 titoli dell'indice italiano mib40, ottenuti secondo l'approccio media-varianza di Markowitz e caratterizzati da due differenti vincoli che comprendevano le quote da investire in ciascuno dei titoli, precisamente tra 0 e 0.2 per il primo, tra -0.05 e 0.2 per il secondo portafoglio. Nella prima parte si è calcolato l'allocazione ottimale prendendo come riferimento un campione di dieci anni (da ottobre 1999 a ottobre 2009) e fissando come rendimento mensile richiesto l'1%, per valutare come variavano le performance in relazione al portafoglio. Dai risultati ottenuti, secondo il problema di ottimo di minimizzazione della varianza, si è potuto osservare come il portafoglio con vincolo di [-0.05, 0.2] sia preferibile all'altro se si prende come riferimento la performance di Sharpe; viceversa è più performante il portafoglio con vincolo sui pesi tra 0 e 0.2 se si considera il valore dell'indicatore Omega. Questo è possibile per la differente costruzione matematica dei due indici, in cui Sharpe tiene conto solamente dei primi due momenti, mentre Omega del momento terzo e quarto della distribuzione.

Successivamente si sono voluti confrontare i risultati ottenuti dalla minimizzazione della varianza, con le misure di performance calcolate sulla base di due nuovi problemi di ottimizzazione: la massimizzazione sotto vincolo degli indici di Sharpe e Omega. Anche secondo i due nuovi problemi di ottimo un portafoglio è preferibile all'altro dipendentemente dalla performance che si vuole prendere in considerazione. Solo in base alla massimizzazione di Omega, nel caso in cui b=0 si preferisce unicamente il portafoglio con vincoli sulle quote tra 0 e 0.2.

La seconda parte della relazione sono stati analizzati i valori delle performance per ciascuno dei due portafogli calcolati sulla base di una sottofinestra temporale di 60 mesi, spostata di mese in mese fino al termine del campione. Si è perciò voluto osservare il comportamento degli indici, calcolato in base alle tre ottimizzazioni citate prima, come se un ipotetico agente investisse in un determinato momento dell' intero campione di dieci anni. I grafici dimostrano come per entrambi i portafogli l'indice di Sharpe più elevato si riscuota quando la sottofinestra arriva ad inglobare i dati dei rendimenti del 2008; successivamente, quando la finestra si sposta, l'indice Sharpe rivela la propria sensibilità ai rendimenti negativi dovuti alla crisi finanziaria dei mesi tra il 2007 e 2008, fatto evidenziato graficamente dal trend decrescente da quel determinato periodo di tempo in poi.

Per quanto riguarda l'indicatore Omega i risultati ottenuti evidenziano come i valori massimi siano in corrispondenza dello stesso periodo di tempo in cui è massimo lo Sharpe, benché Omega sia più stabile nel tempo per ogni b e per ciascuna ottimizzazione, e meno sensibile ai rendimenti negativi delle performance.

PROGRAMMI SVILUPPATI

FUNZIONE PER IL CALCOLO DELL'INDICE DI SHARPE

```
function f=opti_sharpe(x)

load('dati.mat');
rf=0.006948;
f=-(mean(r)*x-rf)/sqrt(x'*Cov(r)*x);
```

FUNZIONE PER IL CALCOLO DELL'INDICATORE OMEGA

```
function f=opti_omega(x)

load('dati.mat')
b=0.0;

v= r*x;
vb=v-b;
vp=vb(vb>0);
vm=vb(vb<0);
f=mean(vp)/mean(vm);
```

FUNZIONE PER LA COSTRUZIONE DELLA FRONTIERA EFFICIENTE

Questa funzione calcola la frontiera efficiente secondo il problema di ottimizzazione media-varianza di Markowitz:

```
%              x'*c*x
% sotto i vincoli
%              sum(x)=1;
%              L<x<U;
%              x*mean(r)=rp;
usando la funzione MPTopti scritta di seguito

Input:    r=matrice dei rendimenti
```

```
%          L=vincolo sul peso inferiore
%          U=vincolo sul peso superiore
%          npts= numero di punti


%
% Output: ret= vettore dei rendimenti x*mean(R)
%          sigma= vettore della volatilitá del portafoglio (sqrt(x'*c*x)
%          sharpe= vettore dell'indice Sharpe
%          om= vettore dell'indice Omega

function [ret sigma sharpe om]=MPTfrontiera(r,L,U,npts);


nassets=size(r,2);
R=mean(r);


sizelim=floor(1/U);
veclim=[ones(sizelim,1)*U; U*(1/U-floor(1/U)); zeros(nassets-sizelim-1,1)];
if size(veclim)>nassets
    echo 'The constrains on the upper bound is too low!'
    exit 1
end
rmin=sort(R)*veclim;
rmax=sort(R,'descend')*veclim;


rf=0.006948;



for i=1:npts
    rp=rmin+(rmax-rmin)*i/npts;



    [x, ret(i), sigma(i)]=MPTopti(r,rp,L,U);
    ret(i)=rp;
    sharpe(i)=(ret(i)-rf)/sigma(i);
    om(i)= omega(r,rf,x);
end
```

MINIMIZZAZIONE DELLA VARIANZA

La funzione calcola i valori dei i pesi secondo il problema di ottimizzazione di Markovitz con rendimento richiesto rp:

```
%              x'*c*x
% sotto i vincoli
%              sum(x)=1;
%              L<x<U;
%              x*mean(r)=rp;
usando la funzione quadprog di optimization toolbox

Input:     r=matrice dei rendimentio
%          L=vincolo sul peso inferiore
%          U=vincolo sul peso superiore
            rp= rendimento richiesto
%
% Output: ret= vettore dei rendimenti x*mean(R)
%          sigma= vettore della volatilitá del portafoglio (sqrt(x'*c*x)
%          x=pesi
%
%

function [x ret sigma]=MPTopti(r,rp,L,U)



nassets=size(r,2);
c=cov(r);
H = 2*c;                     %il fattore 2 é richiesto dalla sintassi
dell'ottimizzatore
f = zeros(nassets,1);        %la funzione vuota è richiesta dalla sintassi
dell'ottimizzatore
R= mean(r);
S=ones(1, nassets);

Aeq = [R; S];                  %matrice (2x30), l'ottimizzatore impone che i
vincoli debbano essere scritti in forma matriciale

beq = [rp; 1];                 % expected return, (2x1) marix

options = optimset('LargeScale','off');

if (nargin==2)
    x = quadprog(H,f,[],[],Aeq,beq,[],[],[],options);
else

    lb = L*ones(nassets,1);
    ub = U*ones(nassets,1);
```

```
    x = quadprog(H,f,[],[],Aeq,beq,lb,ub,[],options);
end
ret= mean(r)*x;
sigma = sqrt(x'*c*x);
```

MASSIMIZZAZIONE DI SHARPE

La funzione calcola i valori dei i pesi secondo il problema di ottimizzazione di Markovitz con rendimento richiesto rp:

```
%               x'*c*x
% sotto i vincoli
%               sum(x)=1;
%               L<x<U;
%               x*mean(r)=rp;
massimizzandi la funzione Sharpe e usando la funzione quadprog di optimization
toolbox

Input:     r=matrice dei rendimentio
%          L=vincolo sul peso inferiore
%          U=vincolo sul peso superiore
            rp= rendimento richiesto
%
% Output: ret= vettore dei rendimenti x*mean(R)
%          sigma= vettore della volatilitá del portafoglio (sqrt(x'*c*x)
%          x=pesi
```

```
function [x ret sigma]=MPTopti_sharpe(r,rp,L,U)

nassets=size(r,2);
c=cov(r);
R= mean(r);
S=ones(1, nassets);

Aeq = [R; S];

beq = [rp; 1];

options = optimset('LargeScale','off');

if (nargin==2)
    x = fmincon(@opti_sharpe,S',[],[],Aeq, beq, [],[],[],options);
else
```

```
    lb = L*ones(nassets,1);
    ub = U*ones(nassets,1);
    x = fmincon(@opti_sharpe,S',[],[],Aeq, beq, lb,ub,[],options);

end
ret= mean(r)*x;
sigma = sqrt(x'*c*x);
```

MASSIMIZZAZIONE DI OMEGA

La funzione calcola i valori dei i pesi secondo il problema di ottimizzazione di Omega con rendimento richiesto rp, :

```
% sotto i vincoli
%             sum(x)=1;
%             L<x<U;
%             x*mean(r)=rp;
massimizzandi la funzione Omega e usando la funzione quadprog di optimization
toolbox

Input:    r=matrice dei rendimentio
%         L=vincolo sul peso inferiore
%         U=vincolo sul peso superiore
           rp= rendimento richiesto
%
% Output: ret= vettore dei rendimenti x*mean(R)
%         sigma= vettore della volatilitá del portafoglio (sqrt(x'*c*x)
%         x=pesi
%
%


function [x ret sigma]=MPTopti_omega(r,rp,L,U)


 nassets=size(r,2);
c=cov(r);
R= mean(r);
S=ones(1, nassets);

Aeq = [R; S];

beq = [rp; 1];
```

```
options = optimset('LargeScale','off');

if (nargin==2)
    x = fmincon(@opti_omega,S',[],[],Aeq, beq, [],[],[],options);
else

    lb = L*ones(nassets,1);
    ub = U*ones(nassets,1);
    x = fmincon(@opti_omega,S',[],[],Aeq, beq, lb,ub,[],options);

end
ret= mean(r)*x;
sigma = sqrt(x'*c*x);
```

ANALISI IN FUNZIONE DEL TEMPO (MINIMIZZANDO LA VARIANZA)

Minimizzando la varianza lo script itera il calcolo di sharpe,sigma e omega considerando lo spostamento di mese in mese della finestra temporale di 60 mesi.

```
L=0
U=0.2
mup=0.005;
b=0.006948+0.01;
rf=0.006948;
% estrai matrice
for i=1:59
analisi(i).m=r(i:i+59,:);
  %calcola varianza,omega,pesi in relzione alla finestra di 60 mesi
  [x ret(i) sigma(i)]=MPTopti(analisi(i).m,mup,L,U)
  om(i)=omega(analisi(i).m, b,x)
  sharpe(i)=(ret(i)-rf)/sigma(i);
  analisi(i).x=x


end
%trasformo l'insieme di vettori analisi(i).x in una matrice chiamata mm per
copiare e
%incollare sul foglio


for i=1:59
mm(:,i)=analisi(i).x;
end
```

Software utilizzati

- Datastream advance 4.0
- Microsoft excel 2003
- Gretl 1.8.0
- Matlab r2007a

Riferimenti bibligrafici

- Sergio Pastorello, 2001. “TEORIA FINANZIARIA E APPLICAZIONI ECONOMETRICHE”.

- Tommaso Di Fonzo, Francesco Lisi, 2005. “SERIE STORICHE ECONOMICHE”

- Brealey R.A., Myers S.C., Sandri S., “PRINCIPI DI FINANZA AZIENDALE”. McGraw-Hill 1998

- Massimiliano Caporin, Francesco Lisi, 2009. Working paper N.99. “COMPARING AND SELECTING PERFORMANCE MEASURES FOR RANKING ASSETS”

- Francesco Cesarone, Andrea Scozzari, Fabio Tardella. Università di Roma “La Sapienza”, working paper. “EFFICIENT ALGORITHMS FOR MEAN-VARIANCE PORTFOLIO OPTIMIZATION WITH HARD REAL-WORLD CONSTRAINTS”

- Theofanis Darsinos, Stephen Satchell, 2005. Working paper, “UNIVERSAL PERFORMANCE MEASURE: UNA GENERALIZZAZIONE”